# COMPTES RENDUS

## DES SÉANCES

# DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

---

### SÉANCE DU LUNDI 11 MARS 1872,

PRÉSIDENCE DE M. FAYE.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur l'hydrodynamique des cours d'eau* [suite (*)]; *par* M. DE SAINT-VENANT.

» 9. D'abord, les analyses de ces deux auteurs supposent, disons-nous, que les mouvements effectifs des molécules sont réguliers, ou que $u$, $v$, $w$ représentent les vitesses *réelles* de chaque molécule. Elles ne sauraient donc s'appliquer lorsque les mouvements sont tumultueux, et que $u$, $v$, $w$ ne désignent plus que les vitesses moyennes locales ou de translation des centres de gravité d'éléments finis : car les expressions qu'ils prennent pour représenter les forces en fonction de $u$, $v$, $w$ ne formeraient alors qu'une partie tout à fait minime des actions résistantes se trouvant en jeu, la partie la plus grande étant certainement due aux mouvements relatifs visibles s'effectuant avec les vitesses, souvent considérables, des portions tourbillonnantes qui glissent brusquement les unes contre les autres. Or, dans le cas de régularité et de continuité, qui exclut ces mouvements-là, nous avons vu que les formules sont toutes trouvées : ce sont, d'après l'expérience même,

---

(*) *Voir* les deux séances précédentes (26 février, p. 570-577, et 4 mars, p. 649-657).

celles (1) avec $\varepsilon$ constant, instaurées par Navier et affectées de ces seuls termes différentiels du premier degré et du premier ordre qui donnent (ainsi qu'on pouvait le prévoir) une approximation suffisante, sans en faire désirer d'autres.

» Ensuite, l'analyse délicate du premier auteur ne fournit, même à son point de vue, qu'un résultat incomplet et par conséquent trompeur. Il veut tenir compte des termes de *degré* supérieur en $\frac{d(u, v, w)}{d(x, y, z)}$; mais il emploie, pour son calcul, l'expression connue de la vitesse relative de deux molécules, qui est le produit de leur distance l'une de l'autre par la somme des six vitesses d'extension et de glissement dans les sens de $x$, $y$, $z$ multipliées respectivement par les carrés et les produits deux à deux des cosinus des angles que cette distance fait avec les mêmes coordonnées. Or cette expression, exacte quand on se tient au premier degré, cesse de l'être quand les termes de degré supérieur sont capables d'influer : elle devrait, pour être complète, en contenir des autres degrés, puisqu'elle résulte de l'excès, sur la distance des deux molécules au commencement d'un instant, de leur distance à la fin; et cette deuxième distance est exprimée par un radical qui, développé, donnerait des termes de tous les degrés. La vitesse d'extension elle-même, dans le sens $x$, n'est pas seulement $\frac{du}{dx}$, elle est $\frac{du}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2$. Les vitesses de glissement ne sont plus des binômes tels que $\frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}$, mais ces binômes augmentés de termes de degré supérieur au premier (*)

» L'expression de $\varepsilon\psi$ qu'il trouve, et qui donne celle (2) ou (3) en divisant par $\psi$, manque donc d'une foule de termes non linéaires pouvant être aussi influents que ceux qui s'y trouvent. Et il y a plus : les formules (1) elles-mêmes, où il suppose qu'on met ensuite pour $\varepsilon$ l'expression ainsi déterminée, sont incomplètes; et les démonstrations que nous en donnons et qu'il en donne ne sont rigoureuses qu'autant qu'on se tient aussi aux termes du premier degré en $\frac{d(u, v, w)}{d(x, y, z)}$. Si l'on voulait avoir des formules de composantes de pression contenant tous les termes différentiels de degré supérieur qui sont susceptibles d'y entrer, il faudrait s'y prendre autrement, à savoir : égaler $p_{xx}$ et $p_{yz}$ à des polynômes composés avec ces divers

(*) *Formules des augmentations*, etc., au *Journal des Mathématiques*, t. XVI, 1871, n° 2 (p. 279), formules ($d$).

termes jusqu'au degré où l'on voudrait s'arrêter, puis, au moyen de changements de coordonnées (pouvant se réduire à des inversions et à de petites rotations), astreindre leurs coefficients constants et indéterminés à ce que les expressions où ils entrent soient isotropes, ou restent les mêmes pour tous les systèmes d'axes (*).

» Quant aux formules de composantes de pression du second auteur cité, contenant, au premier degré seulement, des termes de tous les ordres différentiels, elles sont complètes, sans doute, sous ce rapport, puisqu'il les dresse précisément comme nous venons de dire que devraient être dressées les formules à termes de divers degrés. Mais, quand il essaye d'en faire une application, l'intégration des équations qui en résultent donne plus de fonctions arbitraires, ou (dans deux cas simples) de constantes que les conditions du problème n'en peuvent déterminer, ce qui offre un danger d'explications fausses fournissant tout ce qu'on veut. Il est obligé d'imaginer une condition de plus, et il est même conduit, pour avoir un résultat nouveau, à négliger un terme du premier ordre devant un du troisième, qui devrait au contraire être regardé comme moins influent, etc. Ces termes d'ordre supérieur viennent, avons-nous dit, d'une mise en compte des carrés et produits des trois projections des distances moléculaires dans le développement de Taylor des vitesses relatives des molécules. Or cette embarrassante complication, fertile en illusions seulement, n'a pour l'exactitude aucune utilité. C'est avec raison que Navier et Poisson n'ont tenu compte que des premières puissances, tant des distances dans le développement des vitesses relatives, que de ces vitesses elles-mêmes, une fois évaluées, dans le calcul des actions moléculaires; ces actions n'ayant des valeurs sensibles qu'à des distances excessivement petites. Si l'on voulait exprimer les vitesses relatives réelles ou individuelles, et les actions, aussi réelles, qui ont lieu dans les mouvements plus compliqués des centaines de termes ne seraient pas de trop, et n'atteindraient même aucun but, puisque ces mouvements, que nous appelons *irréguliers*, changent d'un instant à l'autre, et même rapidement.

» Il est d'ailleurs facile de voir que les formules avec termes différentiels, soit de degré supérieur, soit d'ordre supérieur, donnent, si ces termes sont

---

(*) Ainsi qu'il a été fait, jusqu'au second degré, dans la Note première à la suite du Mémoire *Sur l'influence du frottement*, etc., de M. Boussinesq, que l'Académie a approuvé. (*Journal des Mathématiques*, 1868, t. XIII, p. 423.)

supposés influents, des résultats contraires aux expériences citées de Poiseuille (*).

---

(*) En effet, d'abord, avec la formule (2) $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \psi$ de M. Kleitz, comme, pour le tube dont il a été question à la note du n° 5 ci-dessus, on aurait $\psi = \left(\frac{du}{dr}\right)^2$, l'équation $(a)$ de cette note serait

$$(a') \qquad \varepsilon_2 \left(\frac{du}{dr}\right)^3 + \varepsilon_1 \frac{du}{dr} + \frac{\rho g I r}{2} = 0,$$

qui donne, si l'on suppose $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ très-petit,

$$(a_1) \qquad \frac{du}{dr} = -\frac{\rho g I r}{2\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\left(\frac{\rho g I r}{2\varepsilon_1}\right)^3 - 3\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2 \left(\frac{\rho g I r}{2\varepsilon_1}\right)^5 + \ldots .$$

En intégrant de manière à avoir $u = 0$ aux parois, ou pour $r = R$, on obtient

$$(b') \qquad u = \frac{\rho g I}{4\varepsilon_1}(R^2 - r^2) - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\left(\frac{\rho g I}{2\varepsilon_1}\right)^3 \frac{R^4 - r^4}{4} + \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2}\left(\frac{\rho g I}{2\varepsilon_1}\right)^5 \frac{R^6 - r^6}{2} - \ldots,$$

d'où, pour la vitesse moyenne,

$$(c') \quad U = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R u \,.\, 2\pi r\, dr = \frac{\rho g}{2\varepsilon_1}\frac{IR^2}{4} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\left(\frac{\rho g}{2\varepsilon_1}\right)^3 \frac{I^3 R^4}{6} + \frac{3\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2}\left(\frac{\rho g}{2\varepsilon_1}\right)^5 \frac{I^5 R^6}{8} - \ldots,$$

nullement d'accord avec les expériences, qui donnent U proportionnel à I et à $R^2$, à moins de faire $\varepsilon_2 = 0$.

En second lieu, avec les expressions de M. Levy on aurait pour le frottement sur la surface du cylindre fluide de rayon $r$, $x$ étant la coordonnée longitudinale, $\varepsilon'$ et $\varepsilon''$ deux coefficients constants, une expression

$$(a'') \qquad p_{rx} = \varepsilon'\left(-\frac{du}{dr}\right) + \varepsilon''\left(-\frac{d^3 u}{dr^3}\right).$$

Intégrant l'équation de non-accélération $p_{rx} = \frac{\rho g I r}{2}$, puis déterminant une des trois constantes de manière que $u = 0$ pour $r = R$, et appelant $C'$ et $C''$ les deux autres, on a

$$(b'') \quad u = \frac{\rho g I}{2\varepsilon'}\left[\frac{R^2 - r^2}{2} + C'\left(\cos r\sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}} - \cos R\sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}}\right) + C''\left(\sin r\sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}} - \sin R\sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}}\right)\right],$$

d'où la vitesse moyenne

$$(c'') \quad U = \frac{\rho g I}{2\varepsilon'}\left\{\begin{array}{l} \frac{R^2}{4} + C'\left[-\frac{2\varepsilon''}{\varepsilon'}\frac{1}{R^2} + \left(\frac{2\varepsilon''}{\varepsilon' R^2} - 1\right)\cos R\sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}} + \frac{2}{R}\sqrt{\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}}\sin R\sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}}\right] \\ \quad + C''\left[\frac{2}{R}\sqrt{\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}}\left(1 - \cos R\sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}}\right) + \left(\frac{2\varepsilon''}{\varepsilon' R^2} - 1\right)\sin R\sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}}\right] \end{array}\right\}.$$

Cette expression donne bien U proportionnelle à la *pente* $I = \frac{H}{L}$, mais non à $R^2$, car les

» Il n'y a donc nulle nécessité d'adopter des formules d'une si étrange complication (*).

» **10.** Il convient, comme on voit, de s'en tenir aux six formules (1) du n° 2, $p_{xx} = p - 2\varepsilon \frac{du}{dx}, \ldots, p_{yz} = -\varepsilon\left(\frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}\right), \ldots$, où les dérivées des vitesses $u$, $v$, $w$ ne sont que du premier ordre et n'entrent qu'au premier degré.

» Et c'est dans une tout autre direction que celle des travaux analytiques qui supposent la régularité des mouvements, comme ceux que nous venons de discuter, qu'il convient de chercher les valeurs diverses à attribuer au coefficient de frottement $\varepsilon$ pour les divers points des cours d'eau ordinaires, où les mouvements, plus ou moins tumultueux, n'offrent de variations continues que dans les vitesses moyennes locales, ou de translation des groupes, vitesses dont, alors, les $u$, $v$, $w$ expriment les trois composantes en chaque point.

» Pour faire cette recherche, examinons les diverses causes pouvant influer sur la formation des tourbillons troublant la régularité des mouvements individuels des molécules. Nous reconnaîtrons que la rugosité variable des parois où ils prennent naissance n'y contribue pas seule, et que les dimensions plus ou moins grandes des sections transversales, où ils se développent, y ont forcément une part considérable.

---

termes affectés de $C'$ et de $C''$ deviennent même extrêmement grands quand le rayon R du tuyau est très-petit, comme il l'était dans les expériences citées. Il faut, pour y satisfaire, comme on voit, faire $C'$ et $C''$ nulles, c'est-à-dire égales à ce qu'il faudrait pour que la formule $(a'')$ du frottement se réduisît à son premier terme $-\varepsilon_1 \frac{du}{dr}$, trouvé par Navier.

(*) Nous n'avons pas besoin de réfuter ici les formules telles que $\varepsilon_1\left(-\frac{dv}{dn}\right)^m$, ou une somme de termes semblables, qui ont été proposées, $-\frac{dv}{dn}$ étant la vitesse de glissement, pour représenter le frottement, en sorte qu'on aurait $\varepsilon = \varepsilon_1\left(-\frac{dv}{dn}\right)^{m-1} + \ldots$.

Dans deux Rapports (*Comptes rendus*, t. LXXIV, p. 430 et t. LXVIII, p. 585) j'ai dit que cette réfutation, déjà implicitement comprise dans le résultat de ma Note citée de 1843, avait été très-bien faite par MM. Kleitz et Levy, en s'appuyant, dans le cas simple du mouvement uniforme, sur les théorèmes de cinématique et de statique de Cauchy, cités au n° 6.

Il est encore moins besoin de réfuter les formules des auteurs qui ont attribué des coefficients différents $\varepsilon$ et $\varepsilon'$, *au même point*, à $\frac{dv}{dn}$, suivant que la normale n à la face de pression est horizontale ou verticale.

» En effet, en appliquant à un tuyau d'un rayon $R = 1$ mètre, qui revient au double d'un canal à section demi-circulaire de 2 mètres de largeur sur 1 mètre de profondeur, la formule ($b$) avec $\varepsilon$ constant $= \frac{1}{7488}$ (nº 5 et note), donnant la vitesse $u_m$ du filet d'axe dans le mouvement régulier

$$u_m = \frac{\rho g}{4\varepsilon} \mathrm{I} R^2,$$

M. Boussinesq a remarqué que, si l'on suppose seulement la pente I *d'un dix millième*, on trouve (le poids $\rho g$ du mètre cube d'eau étant 1 000 kilogrammes) l'énorme vitesse centrale

$$u_m = 187 \text{ mètres par seconde},$$

qui donne (même Note du nº 5) 94 mètres pour la vitesse moyenne d'écoulement, que nous avons appelée U. Avec une pente d'un trois millième on aurait, toujours suivant la loi des mouvements réguliers, si elle continuait de s'observer comme dans les petits tubes, $u_m = 623$, $U = 312$ mètres. Et si le tube ou le canal avait un rayon double, on trouverait des vitesses quadruples, etc.

» Or bien avant, observe M. Boussinesq (*), que de pareilles vitesses aient pu s'établir, les moindres tournoiements produits par les inégalités des parois en écarteront les molécules, qui rouleront par groupes autour de leurs voisines. Ces irrégularités donneront naissance à des pertes de force vive et à des résistance spéciales bien plus considérables que les simples frottements résultant de vitesses variant avec continuité. Elles sont capables de produire un état permanent très-distinct de l'autre, et dans lequel il peut y avoir, contre les parois, une vitesse de translation finie. « Il est » visible (continue-t-il) que ces résistances doivent diminuer avec la sec- » tion du tube et tendre vers zéro quand cette section décroît indéfini- » ment; car, alors, les écarts des molécules hors de leurs trajectoires » moyennes deviennent forcément très-restreintes. »

» On peut ajouter que, dans les sections où la profondeur R est grande, les *différences de vitesse* des filets liquides contigus seraient excessives (toujours avec la valeur constante attribuée à $\varepsilon$) en s'approchant du fond, puisque, pour $r = R$, on a $-\frac{du}{dr} = \frac{\rho g \mathrm{I}}{2\varepsilon} R$. Avant que de pareilles diffé-

(*) Mémoire cité *Sur l'influence des frottements*, etc., § IX (*Journal de Mathématiques*, 1868, t. XIII, p. 403).

rences puissent se produire, il y aura dans le fluide de véritables ruptures, comme dans une pâte qu'on veut pétrir trop vite : d'où une formation de tourbillons. Poncelet signale ceux-ci comme un moyen qu'emploie la nature pour modérer la descente des eaux dans leurs lits ; on voit qu'ils sont, surtout, ce qui modère les différences de vitesse de translation tendant à se produire entre les couches fluides voisines.

» Ces simples remarques, qui se basent sur les résultats de calculs fournis par l'interprétation analytique des expériences de Poiseuille, et qui se trouvent d'accord (n° 6) avec ce que j'avais fondé sur des faits moins précis, fournissent déjà une première et utile donnée relativement à la manière de faire varier $\varepsilon$.

» Ce coefficient de frottement, qui doit croître avec ce que M. Boussinesq appelle, dans une Note de 1870 (*), *l'intensité de l'agitation tourbillonnaire*, doit, par cela même, augmenter avec les dimensions des sections d'écoulement. Cela se trouve d'accord avec une conclusion tirée par Darcy de ses expériences (**), et soutenue par lui contre la plupart des autres hydrauliciens, qui se persuadaient que le frottement mutuel des couches ou des filets fluides ne devait dépendre, partout, que de leurs seules vitesses relatives ou de glissement l'une sur l'autre.

» Une assertion de M. Bazin, qui a provoqué non moins d'incrédulité, quoiqu'elle fût aussi indiquée par les expériences, a été celle que le frottement intérieur dépendait encore des vitesses *absolues* des molécules ou des filets fluides (***). Elle n'exprime cependant rien que de naturel, quand on fait dériver de l'état tourbillonnaire le fait qu'elle énonce, si l'on a soin, au lieu des diverses vitesses intérieures, de ne parler que de celles qui ont lieu *contre le fond et les parois*, et qui croissent ou décroissent généralement avec la moyenne générale U des autres. C'est, en effet, contre les parois que se forment les tourbillons générateurs des grands frottements, qui vont sillonner toute la masse fluide, où ils se propagent, et enfin se *détruisent* (comme dit Léonard de Vinci) pour changer finalement leur mouvement visible en vibrations atomiques ou en chaleur.

» Pour montrer d'une manière simple que cette sorte d'influence des

---

(*) *Essai théorique sur les lois trouvées expérimentalement par M. Bazin*. (*Comptes rendus*, 29 août, t. LXXI, p. 389.)

(**) *Recherches sur le mouvement de l'eau dans les tuyaux*, ch. v, Observations générales, p. 181.

(***) *Recherches hydrauliques*, première partie, 1865. Introduction, p. 30.

vitesses est bien conforme aux faits constatés, considérons en particulier un canal rectangulaire très-large par rapport à sa profondeur $h$. On a, I étant sa pente et $u$ la vitesse à une distance $z$ de la surface supérieure, pour l'équation de l'uniformité du mouvement de la tranche d'eau d'épaisseur $z$ (si l'on néglige l'action de l'air)

$$(4) \qquad \varepsilon\left(-\frac{du}{dz}\right) = \rho g \mathrm{I} z;$$

d'où, $u_m$ désignant la vitesse à la surface, et en supposant, au moins provisoirement, que dans chaque section le coefficient $\varepsilon$ est le même de la surface au fond,

$$(5) \qquad u_m - u = \frac{\rho g \mathrm{I} z^2}{2\varepsilon}, \qquad \mathrm{U} = \frac{1}{h}\int_0^h u\,dz = u_m - \frac{\rho g \mathrm{I} h^2}{6\varepsilon}.$$

» En combinant, pour avoir une approximation, ce résultat avec la formule de Tadini

$$(6) \qquad h\mathrm{I} = b\mathrm{U}^2 = 0{,}0004\,\mathrm{U}^2$$

qui exprime à peu près le mouvement uniforme entre des limites assez étendues, on trouve

$$(7) \qquad \varepsilon = \frac{\rho g b}{6\left(\frac{u_m}{\mathrm{U}} - 1\right)} h\mathrm{U},$$

ou

$$\varepsilon = \frac{5}{21} h\mathrm{U},$$

si l'on adopte encore

$$(8) \qquad \frac{u_m}{\mathrm{U}} - 1 = 14\sqrt{\frac{h\mathrm{I}}{\mathrm{U}^2}},$$

trouvé par M. Bazin comme représentation de ses expériences sur les inégalités des vitesses dans une même section.

» Cela montre bien que le coefficient de frottement intérieur $\varepsilon$, constant et $= \frac{1}{7488}$ pour l'écoulement dans les tubes de très-petit diamètre, peut varier du simple au centuple et plus, dans les cours d'eau ayant de certaines profondeurs et vitesses $h$ et U.

» Le nombre, l'amplitude et la vitesse giratoire des tourbillons formés, ainsi que les lois de leur propagation et de leur extinction graduelle, n'ont pas été soumis au calcul. On peut, en attendant, et peut-être avec tout

autant d'utilité et d'approximation, faire, sur la grandeur du coefficient $\varepsilon$ qui en dépend, des suppositions en rapport avec l'intensité probable de l'agitation qu'il produisent dans les divers cas, puis comparer les résultats aux faits connus. C'est ce qu'a fait M. Boussinesq à la Note citée de 1870, et à deux autres de 1871 (*). Dans la première il suppose, pour les canaux rectangulaires infiniment larges, $\varepsilon$ constant dans chaque section et proportionnel 1° à la profondeur, 2° à la vitesse au fond. Mais, pour les tuyaux, il le fait, en outre, croissant des parois à l'axe, où les tourbillons viennent converger. Il obtient ainsi, pour les vitesses à diverses distances soit de la surface libre, soit de l'axe, une loi représentée par des paraboles du second degré dans les canaux et du troisième degré dans les tuyaux, ce qui se trouve conforme, ainsi que d'autres résultats du calcul, aux expériences, convenablement discutées, de Darcy et de M. Bazin (**).

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les aurores boréales; par* **M. le Maréchal Vaillant.**

« Le brillant phénomène céleste, qui a justement attiré l'attention générale, le 4 février, a été l'objet de tant de savantes descriptions et de si ingénieuses tentatives d'explications qu'il nous est peut-être enfin permis d'espérer que le sphinx des aurores boréales va se relâcher quelque peu de l'impitoyable dureté avec laquelle il s'est refusé jusqu'aujourd'hui à soulever un coin du voile qui cache cette énigme à notre pénétration. Mais que de choses encore à expliquer et combien il est nécessaire de ne négliger aucune tentative pour pousser le monstre dans ses derniers retranchements?

» Pour notre part, nous ne pouvons admettre le rapprochement fait par M. Ch. Sainte-Claire Deville entre les orages terrestres et les orages magnétiques. Expliquons-nous. Un orage terrestre, comme nous l'avons déjà dit bien des fois, suppose un cumulus ou une réunion de cumuli, c'est-à-dire, comme nous l'avons dit aussi, de ballons sans enveloppe, qui, échauffés à leur surface par l'action directe des rayons du soleil, plus échauffés encore par le courant ascendant qui s'élève du sol, sont portés dans l'atmosphère à des hauteurs de 5, 6 ou 7 kilomètres, s'y refroidissent par leur arrivée dans des couches de température inférieure, diminuent de volume et par là

(*) *Comptes rendus*, 3 et 18 juillet 1871, t. LXXIII, p. 34 et 101.

(**) *Recherches hydrauliques*, p. 242, pour la formule empirique des vitesses dans les canaux demi-circulaires de M. Bazin.

même émettent de l'électricité qui cesse d'être à l'état latent et se manifeste sous forme d'éclairs. Nous laissons de côté tous les phénomènes accessoires qui se produisent dans l'intérieur du ballon lui-même, tant sur les gouttelettes d'eau qu'il renferme que sur les cristaux rudimentaires de glace dont il est aussi composé : voilà sommairement à quoi se réduit un orage terrestre.

» Un orage de cette nature, qui se produit, par exemple, dans les environs du Havre, est parfaitement perceptible depuis Paris, et un observateur placé près de cette dernière ville a le sentiment de lueurs plus ou moins vacillantes et même de petits éclairs plus ou moins vifs, bien qu'il y ait 30 ou 40 lieues entre la localité où se produit le phénomène et celle d'où il est observé.

» Nous ne voulons pas non plus traiter ici, en détail, les causes atmosphériques et surtout la direction des vents qui donnent lieu, dans nos contrées, aux orages terrestres. Mais nous ferons une remarque qui ne paraît pas avoir suffisamment attiré l'attention jusqu'ici.

» La formation des cumuli a lieu presque toujours comme celle des nuages à giboulées dans les moments où la température de la journée s'élève beaucoup et assez brusquement. Il est rare, par exemple, que passé 4 ou 5 heures après midi, on soit exposé à recevoir des giboulées. Pour les orages émanés de cumuli, les limites sont moins absolues, il s'en faut de de beaucoup; les raisons en seraient faciles à donner ici, mais cela nous mènerait trop loin; tâchons de nous resserrer. Toujours est-il, qu'après une journée orageuse, il arrive souvent que, vers 4 ou 5 heures du soir, surtout au mois de juin, par exemple, alors que la température de la journée commence à décliner, on voit d'énormes cumuli perdre peu à peu de leur aspect arrondi qui les faisait trancher tout à fait à cet égard sur le ciel, se fondre, pour ainsi dire, dans des formes plus vagues, plus vaporeuses. Cela vient de ce que le sol terrestre est déjà en train de se refroidir, moins frappé qu'il est par les rayons du soleil, qui viennent le rencontrer plus obliquement à ce moment de la journée. Cette différence de force dans le courant ascensionnel de l'air provenant du sol permet aux cumuli de s'abaisser, d'arriver dans des couches accidentellement plus froides, de s'y condenser, de diminuer de volume, et, par conséquent aussi de retenir à l'état latent l'électricité qui, au moment où le mouvement d'abaissement des cumuli allait commencer, était peut-être prête à faire explosion sous la forme d'éclairs.

» C'est ainsi qu'il arrive assez souvent que les orages terrestres que l'on

croit sur le point d'éclater s'évanouissent entièrement. Mais il y a bien loin entre ces gonflements successifs des nuages ballons et les aurores boréales. Les premiers phénomènes se limitent à des hauteurs généralement restreintes, c'est-à-dire à 6 ou 7 kilomètres au-dessus de la terre; les autres doivent s'étendre à plusieurs centaines peut-être de kilomètres. On a vu cependant de petits nuages blancs, par de belles journées d'été, s'élever à plus de 15 kilomètres. Rien de plus curieux que d'examiner un de ces petits nuages descendant doucement de ces hauteurs au moment où le soleil commence à décliner, diminuant de volume apparent et finissant par s'évanouir entièrement bien avant même d'être arrivé au milieu de sa chute. Nous répéterons l'explication déjà donnée; le nuage moins échauffé par les rayons du soleil, moins soutenu par le courant terrestre, cherche son équilibre dans des couches plus denses, plus chaudes et y abandonne tout ou partie de la vapeur d'eau dont la formation en gouttelettes ou en petits glaçons le rendait visible. Mais nous insistons encore sur ce point, que ce sont là des phénomènes tout à fait terrestres et qui n'ont rien de commun avec les courants électriques auxquels M. Ch. Sainte-Claire Deville voudrait les rapporter.

» Il n'y a aucune analogie entre les petites causes qui donnent naissance à nos très-mesquins orages terrestres et les grandes explosions électriques qui font les aurores boréales. Le plus petit rideau de brouillard qui s'élève du sol terrestre vers 8 ou 9 heures du matin au lieu d'y rester pour ainsi dire collé et de s'y dissiper, donne lieu immanquablement à un orage dans le courant de la journée. Un courant d'air, sortant d'un bois un peu plus chaud que la lisière extérieure, produit de même un orage dans la journée, et il n'est pas rare pour le voyageur, qui s'est élevé sur des collines voisines dont la hauteur ne dépasse pas peut-être 4 ou 500 mètres, de voir des éclairs à la surface du rideau de nuages qui lui cache la plaine, d'entendre le tonnerre, et d'apprendre en rentrant dans les villages qu'il a quittés le matin par le plus beau temps du monde, que ces villages ont été inondés par la pluie ou ravagés par la grêle. Nous avons vu nous-mêmes, dans les plaines légèrement ondulées de l'Auxois, en Bourgogne, des orages avec grêle et tonnerre s'élever immédiatement, pour ainsi dire, du choc de la charrue des laboureurs. Tout cela est fort curieux, sans doute, mais bien étranger aux aurores boréales. Ici ce sont d'immenses jets électriques lancés du pôle magnétique, s'élevant dans l'espace, suivant des directions nécessairement normales, à la surface du globe, là où le jet émerge de cette surface. Rien ne se perd dans la nature : une planète et son atmosphère est

donc comme un tout dont rien ne peut s'égarer dans les espaces infinis des cieux. Il doit se faire dans l'intérieur de la terre, suivant des lois que nous connaîtrons peut-être plus tard, un travail de décomposition ou de recomposition électrique analogue au travail dont nous voyons des preuves journalières dans nos volcans terrestres. De là, à de certains intervalles, que nous ne pouvons croire réglés de deux ans en deux ans, comme le dit M. Sainte-Claire Deville, des émissions immenses de fluide électrique qui sont, elles, par leur réflexion sur la terre, les véritables aurores boréales. Nous croyons aussi que dans ces jets électriques on trouvera l'origine ou la cause des étoiles filantes, comme nous l'avons dit également, la cause des bolides, car il doit suffire d'avoir indiqué la théorie nouvelle d'un seul phénomène bien constaté, pour être autorisé à croire qu'elle mettra sur la voie d'autres phénomènes dont la cause est encore à peu près absolument inconnue.

» Quant à croire, avec notre savant confrère, que les petites causes de courants terrestres, qui viennent de l'ouest et produisent nos orages ici-bas, sont aussi les causes de ces grandes perturbations magnétiques, nous nous y refusons absolument. Il n'y a nulle proportion entre des phénomènes qui ont lieu sur des échelles si différentes.

» A la vérité, M. Charles Sainte-Claire a été amené au rapprochement qu'il a fait, par cette circonstance que l'aurore du 4 février a été vue simultanément de points bien éloignés les uns des autres; mais c'est précisément cette simultanéité qui s'oppose à l'admission d'interprétations données par M. Sainte-Claire. Qu'y a-t-il d'étonnant à ce qu'un phénomène, qui est aperçu simultanément en France, en Russie, en Italie, à Constantinople, même dans une partie de l'Asie, ait une cause unique et un effet unique qu'il ne faut pas aller chercher dans des luttes de courants analogues à ceux qui déterminent nos mesquins orages terrestres de nos contrées de l'Ouest. Quant à la remarque que fait aussi M. Ch. Sainte-Claire Deville de la coïncidence des aurores boréales avec ces orages terrestres, elle nous semble encore moins acceptable.

» Pendant cinq ou six mois de l'année, et peut-être plus, il n'y a pas de jour où l'on ait un, deux ou trois orages et même davantage par vingt-quatre heures! Comment ne pas trouver, dans cette multitude d'orages, une perturbation qui corresponde à une aurore boréale? On en trouverait plutôt par milliers pour chaque aurore.

» Notre confrère excipe, à l'appui de son opinion, des orages nombreux qui ont lieu à Biarritz et à Bayonne. Mais qu'est-ce donc qu'un orage de Biarritz? Le soleil se lève radieux et chauffe, dès qu'il paraît, la large plage

de sable bordant la côte; l'air échauffé par son contact avec ce sable s'élève aussitôt, fait le vide au-dessous de lui, s'avance dans les terres et est remplacé par l'air qui vient de la mer. Cet air, fortement chargé d'humidité, s'avance à son tour vers les collines à l'est de la plage. De ces collines descend un air plus froid, d'où résulte un mélange, dégagement d'électricité, orage, etc.; mais tout cela se passe, pour ainsi dire, comme dans une coquille de noix et dans des proportions microscopiques. Quand le soleil commence à décliner, la plage se refroidit, l'air, qui était au-dessus d'elle, s'affaisse, et l'air humide de la mer est refoulé au loin et le calme est rétabli.

» Il est une loi générale, absolue, à laquelle obéissent tous les petits mouvements atmosphériques auxquels nous donnons le nom d'*orages terrestres*. Voici cette loi : Toutes les fois qu'une partie quelconque du sol s'échauffe par l'action directe des rayons du soleil ou par toute autre cause, cet échauffement se communique à l'air qui touche ce sol, et par là même le soulève et le projette plus ou moins haut dans les régions supérieures. De ce soulèvement résulte à la base de la colonne d'air mise ainsi en mouvement dans le sens ascensionnel, un vide plus ou moins prononcé que les colonnes d'air latérales cherchent à remplir : ces colonnes de température différente, inégalement aussi saturées de vapeurs d'eau, se mélangent et donnent lieu soit à de la pluie, à de la neige, à de la grêle, etc. C'est ainsi que pendant tout ce qu'on appelle les mois douteux du printemps, c'est-à-dire de mars en juin et même en juillet, on a des alternatives fréquentes de giboulées, d'orages, etc. De là ces dictons du peuple sur saint Médard, saint Barnabé, etc., etc., et sur ces terribles quatre saints de glace, l'effroi du midi de la France jusqu'au commencement de mai. Mais ces dictons, souvent menteurs, ne signifient autre chose, sinon qu'à cette époque de l'année, il se fait un travail de transformation, c'est-à-dire que le mouvement de la période pendant laquelle la terre s'échauffe, n'est pas encore absolument prononcé et que nous sommes exposés à toutes les incertitudes réservées aux époques de transition. Mais croire, avec notre confrère, que chaque jour de ces périodes douteuses, dans une année, a son correspondant de date à peu près absolue dans une autre année, nous ne saurions jamais l'admettre. Les lois de la nature ne procèdent point ainsi.

» Nous avons parlé du cas où le sol terrestre s'échauffe sous l'action du soleil. Si, au contraire, il se refroidit sous une autre influence, l'air qui avoisine ce sol diminuera de température, s'abaissera et se répandra dans tous les sens à peu près uniformément sur le sol sans qu'il y ait mélange de couches d'air inégalement denses. Dans ce cas, il ne peut y avoir de chance

que pour du beau temps. Nous avons déjà traité ce sujet plus haut en parlant des cumuli qui, après avoir été très-menaçants, s'abaissent vers la terre dans l'après-midi, et finissent par disparaître en émettant probablement des lueurs électriques qui, à certains égards, peuvent faire croire à de faibles aurores boréales, mais qui n'en ont que l'apparence trompeuse.

» Ne quittons pas encore ce sujet si intéressant des temps incertains au printemps, à la Saint-Médard, aux saints de glace, etc., etc., sans donner une règle générale : toutes les fois que la terre s'échauffe, il y a chance de mauvais temps; toutes les fois qu'elle se refroidit, il y a chance de beau temps. Tout cela, bien entendu, subordonné à beaucoup de circonstances dans le détail desquelles nous ne pouvons entrer ici. Citons cependant un fait curieux et qui nous paraît de nature à porter la conviction dans les esprits.

» Le mois de septembre est presque toujours très-beau dans l'est de notre France. A quoi cela tient-il? A ce que, même avant la fin d'août, le soleil commençant à s'abaisser rapidement dans l'écliptique et les jours diminuant tout d'un coup d'une manière prononcée, la partie nord de l'Europe rayonne beaucoup pendant les nuits devenues plus longues et se refroidit proportionnellement à ce rayonnement. Il en résulte qu'un manteau plus ou moins froid, partant du nord, se répand sur l'Allemagne et sur la France, où, trouvant une terre plus sèche et encore chaude, il en occupe la surface même, en absorbe l'humidité et réunit par conséquent toutes les conditions qui sont de nature à donner du beau temps à ces climats. Revenons aux aurores boréales.

» Le courant électrique émané du pôle magnétique, ou, pour mieux nous exprimer, les divers courants que peut et doit émettre cette source, ont nécessairement, et suivant de nombreuses circonstances trop longues à énumérer ici, des intensités et des directions variables. Pour le spectateur, il peut et doit y avoir des illusions analogues, par exemple, à celle qu'il éprouve lorsqu'il n'aperçoit dans le ciel qu'une partie d'un orage terrestre, avec des cumuli qui se masquent les uns les autres et se dérobent réciproquement à la vue de ce même spectateur. Il n'en est plus de même pour celui-ci lorsqu'il est, comme nous avons dit que cela arrivait parfois, pour l'observateur placé sur une colline dominant un brouillard ou nuage orageux qui est sorti d'un bois, et qui donne à la fois un orage dans la plaine et une succession d'éclairs sur une surface pour ainsi dire de niveau. Dans ce cas, le spectateur domine tout, et il n'y a plus qu'un aspect unique. De même doit-il en être lorsque le jet électrique a été projeté assez haut dans

l'espace pour que de chaque point du contour terrestre, qui fait comme la base du grand cône d'où l'on peut apercevoir le sommet du jet, on ait, en effet, la perception directe de ce sommet. Nous complétons notre pensée en rappelant que, dans l'aurore boréale du 4 février, la limite du contour dont nous parlons embrassait non-seulement la France et les pays voisins, mais la Turquie et d'autres contrées que des renseignemnts ultérieurs feront sans doute connaître. En pareil cas, il est naturel de penser que de tous ces points on doit voir le sommet de l'aurore comme à l'extrémité de génératrices se réunissant et formant comme une coupole unique. Ajoutons encore quelque chose à notre explication.

» Un volcan terrestre, le Vésuve par exemple, fait éruption et projette dans l'espace un cône de cendre et de fumée; de la terre d'où on le regarde on a des apparences qui varient pour chaque point suivant leur projection dans le ciel; mais si l'éruption se faisait dans une partie très-élevée de l'espace, tous les spectateurs confinés sur la terre ne verraient qu'un même sommet et pour ainsi dire le même cône, surtout si nous faisons abstraction de l'opacité de la colonne d'éruption. Il faut donc que dans l'éruption du 4 février le jet électrique ait été d'une très-grande violence et projeté à une hauteur des plus considérables, pour avoir donné lieu aux apparences qui ont été décrites par les observateurs.

» Nous avons dit que ces prodigieux jets électriques étaient le résulat d'un travail intérieur assimilable, jusqu'à un certain point, au travail qui précède les éruptions de nos volcans terrestres. Cela nous explique comment peuvent et doivent se trouver entraînées aussi des substances plus ou moins étrangères à l'électricité même et dont les vastes nappes peuvent se distinguer par des raies spectrales. Mais, répétons-le encore une fois, nous ne saurions admettre, avec notre confrère, qu'il y ait périodicité dans les éruptions magnétiques. Nous ne voulons pas dire, en parlant ainsi, que cette périodicité soit absolument impossible, nous voulons seulement faire observer que rien jusqu'ici ne la constate d'une manière tant soit peu irrécusable. Il en est à cet égard des volcans d'aurores boréales comme des volcans terrestres; pour ceux-ci, beaucoup se sont éteints, qui ont repris ensuite leurs explosions et leurs œuvres de destruction. Le Vésuve, si nous nous rappelons ce que Pline nous a raconté, était depuis longtemps oublié, et l'on ne se doutait plus qu'il fût d'un voisinage aussi dangereux. Pomponianus, si c'est bien le nom, l'apprit cruellement à ses dépens, lorsque le premier des Pline ordonna d'aller le rejoindre à Mycène.

» Quant à vouloir faire coïncider, pour ainsi dire, jour par jour, les

petits orages de Biarritz avec les grandes commotions des aurores boréales, nous ne pouvons voir dans ces rapprochements que le désir de chercher des rapports que rien encore ne justifie. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les courbes aplaties.* Note de **M. A. Cayley**, présentée par M. Chasles.

« En lisant la thèse de M. S. Maillard, *Recherches des caractéristiques des systèmes élémentaires des courbes planes du troisième ordre* (Paris, 1871), j'ai été conduit à quelques réflexions sur la théorie générale des courbes aplaties de M. Chasles (*).

» Je considère une courbe représentée par une équation de l'ordre $n$, $f(x, y, k) = 0$, laquelle pour $k = 0$ se réduit à la forme $P^\alpha Q^\beta \ldots = 0$. Pour $k$ un infiniment petit, ou disons pour $k = 0^1$, cette courbe sera ce que je nomme la pénultième de $P^\alpha Q^\beta \ldots = 0$; la courbe $P^\alpha Q^\beta \ldots = 0$ elle-même sera la courbe finale; et les courbes $P = 0$, $Q = 0, \ldots$, les facteurs. Or en menant par un point donné quelconque les tangentes à la courbe pénultième, ces tangentes approchent continuellement aux droites que voici : 1° les tangentes aux courbes $P = 0$, $Q = 0, \ldots$, respectivement; 2° les droites par les points singuliers de ces mêmes courbes respectivement; 3° les droites par les intersections de deux quelconques de ces mêmes courbes $P = 0$, $Q = 0, \ldots$, respectivement; 4° les droites par certains points situés sur l'une quelconque des mêmes courbes $P = 0$, $Q = 0 \ldots$. En ne faisant aucune supposition particulière par rapport à la courbe pénultième, cette courbe sera une courbe sans points singuliers, et ainsi de la classe $n^2 - n$ : le nombre des droites 1°, 2°, 3°, 4° (en faisant attention à la multiplicité de quelques-unes de ces droites) sera donc égal à $n^2 - n$. Les droites 3° sont comptées chacune un certain nombre de fois; en supposant que pour un point d'intersection $P = 0$, $Q = 0$ quelconque ce nombre soit $\theta$, nous dirons qu'il y a à ce point un nombre $\theta$ de *sommets fixes*. Les droites 4° sont comptées en général chacune une seule fois; les points par lesquels passent ces droites (points sur l'une quelconque des courbes $P = 0$, $Q = 0, \ldots$) seront nommés *sommets libres*. Cela étant, on peut considérer la courbe pénultième comme équivalente à la courbe finale $P^\alpha Q^\beta \ldots = 0$ *plus* les sommets : il s'agit, pour un

(*) *Comptes rendus*, t. LXIV, p. 799-805 et 1079-1081; séances des 22 avril et 27 mai 1867.

cas donné quelconque, de trouver le nombre et la distribution de ces sommets.

» Je considère d'abord le cas le plus simple, celui d'une conique aplatie, pénultième de $x^2 = 0$; l'équation d'une telle conique est

$$(a, b, c, f, g, h)(x, y, z)^2 = 0,$$

où, en prenant $a = 1$, tous les autres coefficients seront des infiniment petits, pas en général du même ordre. Les tangentes menées à la courbe par un point donné $(\alpha, \beta, \gamma)$ seront déterminées par l'équation

$$(bc - f^2,\ ca - g^2,\ ab - h^2,\ gh - af,\ hf - bg,\ fg - ch)$$
$$\times(\lambda y - \beta z,\ \alpha z - \gamma x,\ \beta x - \alpha y)^2 = 0;$$

ou disons

$$(bc - f^2,\ c - g^2,\ b - h^2,\ gh - f,\ hf - bg,\ fg - ch)$$
$$\times(\gamma y - \beta z,\ \alpha z - \gamma x,\ \beta x - \alpha y)^2 = 0.$$

En considérant pour un moment tous les coefficients comme étant des infiniment petits du même ordre, $= 0^1$, cette équation se réduit à

$$(0, c, b - f, 0, 0)(\gamma y - \beta z,\ az - \gamma x,\ \beta x - \alpha y)^2 = 0,$$

ou, ce qui est la même chose,

$$(c - f, b)(\alpha z - \gamma x, \beta x - \alpha y)^2 = 0;$$

et ces tangentes coupent la droite $x = 0$ dans les deux points donnés par l'équation $(c - f, b)(\alpha z, -\alpha y)^2 = 0$, c'est-à-dire $by^2 + 2fyz + cz^2 = 0$, points indépendants de la position du point donné $(\alpha, \beta, \gamma)$; ces points sont en effet *les intersections de la pénultième par la droite* $x = 0$.

Mais il y a là une restriction qu'on évite au moyen d'une supposition plus générale, savoir : en prenant $g$, $h$ du premier, $b$, $c$, $f$ du second ordre, ou disons $g, h = 0^1$, $b, c, f = 0^2$, l'équation des tangentes devient

$$(0, c - g^2,\ b - h^2,\ gh - f, 0, 0)(\gamma y - \beta z,\ \alpha z - \gamma x,\ \beta x - \alpha y)^2 = 0,$$

ou

$$(c - g^2,\ gh - f,\ b - h^2)(\alpha z - \gamma x,\ \beta x - \alpha y)^2 = 0.$$

» Or, en écrivant $x = 0$, cette équation devient

$$(c - g^2,\ gh - \alpha f,\ b - h^2)(\alpha z - \alpha y)^2 = 0,$$

c'est-à-dire

$$by^2 + 2fyz + cz^2 - (hy + gz)^2 = 0;$$

nous avons ainsi, sur la droite $x = 0$, deux points indépendants de la position du point donné $(\alpha, \beta, \gamma)$, et qui ne sont plus les intersections de la conique par cette droite (autrement dit, ces points ne sont pas situés sur la conique); ces points sont en effet deux points quelconques sur cette droite. Il y a ainsi pour la conique aplatie pénultième de $x^2 = 0$ deux sommets situés à volonté sur la droite $x = 0$ (et qui ainsi ne sont pas situés sur la conique pénultième).

» Je passe à un cas nouveau, celui de la courbe quartique pénultième de $x^2y^2 = 0$; mais pour simplifier l'analyse, au lieu d'un point quelconque $(\alpha, \beta, \gamma)$ je prends successivement les points $(y = 0, z = 0)$ et $(x = 0, y = 0)$. On conçoit, en effet, que s'il y a $p$ sommets libres sur la droite $x = 0$, $q$ sommets libres sur la droite $y = 0$, et $r$ sommets fixes au point $(x = 0, y = 0)$, alors les droites par le point donné $(y = 0, z = 0)$ seront les droites par les $p$ points, *plus* la droite $y = 0$, $q + r$ fois; et de même les droites par le point donné $(x = 0, z = 0)$ seront les droites par les $q$ points, *plus* la droite $x = 0$, $p + r$ fois : de manière que le procédé donnera les nombres cherchés $p, q, r$.

» J'écris l'équation de la pénultième sous les deux formes

$$\begin{aligned} & x^4.a \\ & + 4x^3(h, j)(y, z) \\ & + 6x^2(1, p, m)(y, z)^2 \\ & + 4x(k, q, r, g)(y, z)^3 \\ & + (b, f, l, i, c)(y, z)^4 = 0, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} & y^4.b \\ & + 4y^3(k, f)(x, z) \\ & + 6y^2(1, q, l)(x, z)^2 \\ & + 4y(k, p, r, l)(x, z)^3 \\ & + (a, j, m, g, c)(x, z)^4 = 0, \end{aligned}$$

où le coefficient de $x^2y^2$ est $= 6$, et tous les autres coefficients sont des infiniments petits, pas nécessairement du même ordre. Je représente ces deux équations par

$$(\mathrm{A}, \mathrm{B}, y^2 + \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E})(x, 1)^4 = 0, \quad (\mathrm{A}', \mathrm{B}', x^2 + \mathrm{C}', \mathrm{D}', \mathrm{E}')(y, 1)^4 = 0$$

respectivement.

» Cela étant, on obtient l'équation des tangentes par le point $(y = 0, z = 0)$ en égalant à zéro le discriminant de la fonction quartique de $x$; et de même pour les tangentes par le point $(x = 0, z = 0)$ : les deux équations seront

$$\begin{aligned} 0 = & (y^2 + \mathrm{C})^4.81\,\mathrm{AE} \\ & + (y^2 + \mathrm{C})^3(-54\mathrm{AD}^2 - 54\mathrm{B}^2\mathrm{E}) \\ & + (y^2 + \mathrm{C})^2(-18\mathrm{A}^2\mathrm{E}^2 - 180\mathrm{ABDE} + 36\mathrm{B}^2\mathrm{D}^2 \\ & + \ldots \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 0 = & (x^2 + \mathrm{C}')^4.81\,\mathrm{A}'\mathrm{E}' \\ & + \ldots \end{aligned}$$

En prenant pour le moment tous les coefficients $= 0^1$, chaque équation contiendra un seul terme de l'ordre le plus bas $0^2$, et en négligeant les autres termes, les équations deviendront simplement

$$y^8 . AE = 0, \quad x^8 . A'E' = 0;$$

il y a ainsi sur la droite $x = 0$ quatre sommets libres donnés par l'équation $E = 0$; et de même sur la droite $y = 0$, quatre sommets libres donnés par l'équation $E' = 0$; donc quatre sommets fixes au point $x = 0$, $y = 0$. Les sommets libres sur les droites $x = 0$ et $y = 0$ sont *les intersections de la quartique par ces deux droites respectivement.*

» Mais, au contraire, prenons $b, f, l, i, c = 0^2$, les autres coefficients étant $= 0^1$. On a d'abord $A, B, D = 0^1$, $E = 0^2$; la première équation se réduit à

$$27 A y^6 (3 E y^2 - 2 D^2) = 0,$$

ce qui donne, sur la droite $x = 0$, six sommets libres déterminés par l'équation $3 E y^2 - 2 D^2 = 0$.

» On a depuis $A' = 0^2$, $B', D', E' = 0^1$; la seconde équation est donc

$$27 E' x^6 (3 A' x^2 - 2 B'^2) = 0;$$

mais ici

$$E' = (a, j, m, g, c)(x, z)^4, = x(ax^3 + 4jx^2z + 6mxz^2 + 4gz^3),$$

à cause de $c = 0^2$; et, de plus,

$$3 A' x^2 - 2 B'^2 = 3 b x^2 - 2(kx + fz)^2, = (3b - 2k^2) x^2,$$

à cause de $f = 0^2$; donc l'équation se réduit à

$$x^9 (ax^3 + 4jx^2z + 6mxz^2 + 4gz^3) = 0,$$

et il y a sur la droite $y = 0$, trois sommets libres déterminés par l'équation

$$ax^3 + 4jx^2z + 6mxz^2 + 4gz^3 = 0.$$

» Remarquons que la droite $y = 0$ rencontre la quartique dans les quatre points donnés par l'équation $E' = 0$, c'est-à-dire un point infiniment près de $(x = 0,\ y = 0)$ et trois autres points, lesquels sont précisément les trois sommets libres sur la droite $y = 0$. Il y a de plus trois sommets fixes au point $(x = 0,\ y = 0)$.

» *Conclusion.* — Il y a ainsi une courbe quartique pénultième de $x^2 y^2 = 0$, avec neuf sommets libres, trois sur l'une des deux droites (disons la droite $y = 0$) et qui sont trois des intersections de la quartique par cette même

droite (la quatrième intersection étant infiniment près du point $x = 0$, $y = 0$), six situés à volonté sur l'autre droite $x = 0$, et trois sommets fixes à l'intersection des deux droites.

» On peut se figurer une telle courbe quartique : elle peut consister en trois ovales aplaties *plus* une trigonoïde (savoir, figure fermée avec trois angles saillants et trois angles réentrants) rétrécie ; l'une des ovales coïncide à peu près avec la droite $y = 0$, les deux autres à peu près avec la droite $x = 0$; la trigonoïde entoure le point $x = 0$, $y = 0$, de manière que les angles réentrants, très-approchés de ce point, soient les trois sommets fixes : mais il n'est pas facile d'en faire un dessin.

» Je considère le système des courbes quartiques, qui satisfont chacune aux $(14 - 1 =) 13$ conditions que voici : toucher deux droites données 1, 2 en des points donnés A, B ; passer par deux points donnés C, D ; toucher sept droites données 3, 4, ... 9. Prenons $y = 0$ pour que la droite AB, et $x = 0$ pour la droite CD : il y aura dans le système une courbe quartique pénultième de $x^2 y^2 = 0$, laquelle compte sept fois au moins ; cette courbe pénultième est censée toucher les droites 1, 2 dans les points donnés A, B, et l'une quelconque des sept droites à son intersection avec la droite $y = 0$ (AB) ; les autres six droites à leurs intersections avec la droite $x = 0$ (CD). Cette courbe pénultième entre donc dans la théorie des caractéristiques d'un tel système de courbes quartiques. »

## MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉTÉOROLOGIE CHIMIQUE. — *Sur la proportion d'ozone contenue dans l'air de la campagne et sur son origine.* Note de **M. A. Houzeau**, présentée par M. Ch. Sainte-Claire Deville.

« Après avoir énuméré les faits chimiques et physiologiques qui m'ont conduit à admettre la présence dans l'air de la campagne d'un nouveau principe gazeux, l'ozone, j'ai tenté d'en fixer la proportion. Cette détermination, je m'empresse de le dire, présente actuellement les plus grandes difficultés, tant à cause de la nature instable de l'ozone qu'à cause des quantités extrêmement petites qui sont répandues dans l'atmosphère. Mais, ayant fondé des méthodes d'investigation également très-sensibles, il m'a été possible de ne pas trop désespérer de la solution du problème.....

» ... De nombreux essais, opérés tant sur l'air normal que sur des mélanges d'air et d'ozone à titres connus, me portent à admettre que l'air de

la campagne, pris à 2 mètres au-dessus du sol, contient au maximum $\frac{1}{4500000}$ de son poids d'ozone ou $\frac{1}{7000000}$ de son volume (la densité de l'ozone étant 1.658, d'après M. Soret).

» La proportion d'ozone contenue dans l'air est d'ailleurs variable et paraît augmenter à mesure qu'on s'élève au-dessus du sol.

» Il est certain que l'atmosphère n'en renferme pas $\frac{1}{261000}$ de son poids, car un papier vineux mi-ioduré bleuit nettement après quelques minutes, quand on le suspend dans un flacon d'une capacité de 12 litres rempli d'air saturé d'humidité à $+14^{\circ}$ et auquel on a mélangé exactement quelques centimètres cubes d'oxygène odorant contenant $0^{mq},057$ d'ozone. Un semblable papier n'est, au contraire, jamais altéré dans le même volume d'air de la campagne. Il ne prend une coloration caractéristique que quelques heures après son exposition dans cet air, à l'état libre, quoique sans agitation apparente.

» Au reste, les observations qui suivent indiquent le temps que l'air de la campagne (25-26 octobre 1865) met à impressionner le papier mi-ioduré, selon que l'atmosphère est calme ou agitée.

*Altération du papier de tournesol vineux mi-ioduré à l'air libre.*

| | APRÈS UNE EXPOSITION DE | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $2^h$. | $4^h$. | $6^h$. | $8^h$. | $10^h$. | $12^h$. | $24^h$. |
| Air calme....... | Nulle. | Violet. | Bleu tr.-faib. | Bleu tr.-faib. | Bleu. | Bleu. | Très-bleu. |
| Air très-agité.... | Violet faib. | Violet. | Bleu faible. | Bleu. | Très-bleu. | Très-bleu. | Très-bleu. |

» *Origine de l'ozone atmosphérique.* — Ce que nous savons maintenant de la génération artificielle de l'ozone et des conditions naturelles dans lesquelles il se manifeste le plus fréquemment aux réactifs nous permet de discuter sérieusement, dans le Mémoire, cette origine. Évidemment l'ozone de l'air dérive, pour la plus grande partie du moins, de ce qu'on a appelé *l'électricité atmosphérique*. Par intuition, tous les météorologistes sont tombés d'accord sur ce point.

» Cependant il faut s'entendre sur la manière d'agir de l'électricité dans la question qui nous occupe, car l'étincelle qui donne de l'ozone avec l'oxygène pur (van Marum, Fremy et Ed. Becquerel) ne fournit guère que

de l'acide nitreux avec l'air (Cavendish). C'est cette différence qui a été complétement omise par les météorologistes. Elle est, on le voit, fort importante dans le débat.

» Mais ce rôle multiple de l'électricité change tout à coup quand, au lieu de l'appliquer directement à l'air, on fait parcourir d'abord au fluide électrique les cloisons de l'ingénieux condensateur de Bens, ou, mieux encore, les deux électrodes de mon *tube ozoniseur*. Immédiatement l'air se charge d'ozone.

» Cette différence dans les résultats produits par l'étincelle directe et l'étincelle de condensation, rapprochée des observations ozonométriques contenues dans mon Mémoire, permet d'éclaircir plusieurs points demeurés obscurs jusqu'à ce jour.

» Bien plus, il me paraît possible aujourd'hui que l'ozonométrie atmosphérique soit en mesure à son tour d'indiquer aux physiciens une voie nouvelle dans l'étude de l'électricité aérienne. Il n'y a pas d'exagération à penser qu'après tout les papiers iodurés pourraient bien n'être que des électromètres chimiques.

» N'oublions pas que MM. Fremy et Ed. Becquerel ont déjà montré que l'oxygène acquérait la propriété de bleuir le papier amylo-ioduré lorsqu'il était simplement électrisé par *influence* au moyen d'une série d'étincelles venant lécher extérieurement la surface du tube qui le renferme. Or, puisque les physiciens nous apprennent d'autre part que les nuages, et surtout les nuages orageux, font avec le sol un perpétuel échange d'électricité, ne peut-on pas considérer ces nuages et la terre comme formant ensemble les parois d'un vaste condensateur analogue à mon tube ozoniseur et à l'aide duquel l'atmosphère serait perpétuellement électrisée et perpétuellement aussi rendue active aux papiers iodurés?

» On aurait ainsi l'explication de l'existence de l'ozone à l'état normal dans l'air de la campagne, fait que je crois avoir suffisamment établi par mes nombreuses observations.

» Enfin, cette interprétation nouvelle du rôle que l'électricité joue dans la production de l'ozone fournit, en outre, une explication satisfaisante d'autres faits météorologiques établis par l'examen de l'atmosphère à l'aide de mes papiers de tournesol mi-ioduré et que l'emploi du papier amylo-ioduré ne pouvait mettre en évidence.

» Il y a des orages ou autres perturbations atmosphériques qui demeurent insensibles à mes papiers, tandis qu'il y en a d'autres qui leur

communiquent une coloration bleue intense. Ces orages si différents impressionnent, au contraire, toujours les papiers ozonométriques ordinaires, c'est-à-dire à base d'iodure et d'amidon.

» Il est fort probable que dans les orages de la première classe (négatifs au papier de tournesol mi-ioduré) l'éclair est surtout une étincelle directe qui nitrifie l'air sans l'ozoniser sensiblement, et que, dans ceux de la deuxième classe, l'éclair participe plus généralement des propriétés de l'étincelle de condensation; elle produit beaucoup d'ozone et peu d'acide nitreux.

« Il y a donc lieu de penser qu'au point de vue où se place la question l'étude de l'éclair a besoin d'être reprise par les physiciens. »

PHYSIQUE. — *Note sur les moyens de protéger les habitations contre les dangers d'une fulguration provoquée par les tuyaux de gaz, etc., etc.;* par **M. W. de Fonvielle.**

« D'après les principes que j'ai rappelés dans ma dernière Note, il est facile de compléter l'*Instruction sur les paratonnerres* adoptée par l'Académie des Sciences en 1823, et d'y ajouter ce que Gay-Lussac n'aurait pas manqué d'y inscrire si les tuyaux de gaz eussent existé à l'époque où la Section de Physique l'avait choisi pour son rapporteur. Quelque simples que soient ces préceptes, la multiplicité croissante des accidents analogues à ceux que j'ai eu l'honneur de signaler à l'Académie, à différentes reprises, prouve qu'il y a urgence à combler une lacune regrettable.

» En conséquence, je prends la liberté d'appeler l'attention de l'Académie sur la nécessité de signaler aux architectes le danger résultant de l'habitude trop commune d'établir des tuyaux de gaz dans le voisinage immédiat des paratonnerres ou des objets susceptibles d'en faire fonction. Ne serait-il pas également nécessaire de s'assurer que les tuyaux de gaz aboutissent jusqu'au sol humide sans solution de continuité et sans diminution notable de conductibilité?

» Il me semble que l'attention des architectes devrait être appelée tout particulièrement sur la protection des compteurs. Cet organe devrait être toujours placé le plus près possible du réservoir commun, et le plus loin possible de la face que l'orientation de l'édifice rend susceptible de recevoir le premier choc des orages. En outre, ne serait-il pas prudent d'écarter du voisinage immédiat du compteur toute accumulation de matières soit combustibles, soit explosives.

» Quoique les tuyaux de décharge des eaux pluviales et des gouttières offrent un danger moindre, puisqu'ils ne recèlent pas dans leur intérieur une matière entièrement combustible, il me paraît que les mêmes principes doivent être appliqués autant que possible à leur disposition.

» Je crois donc qu'il serait bon de veiller à ce que les tuyaux de décharge se prolongent jusqu'au ruisseau ou au moins jusqu'au sol. Les phénomènes signalés depuis la dernière discussion dont ce point a été l'objet devant l'Académie des Sciences ne me paraissent pas laisser prise au doute à cet égard. En tout cas, il serait indispensable de recommander aux architectes de veiller à ce que les tiges des paratonnerres ne puissent être mises en communication avec les gouttières par l'eau des orages, et cela par suite de l'insuffisance ou de l'obstruction des tuyaux de décharge (1).

» Je profiterai de cette occasion pour rappeler à l'Académie que j'ai constaté à Paris même des fulgurations d'églises, lesquelles, malgré les prescriptions formelles de l'Instruction de 1823, n'avaient point été pourvues de paratonnerres. Quoique ayant été réimprimée à plusieurs reprises, cette Instruction n'est point appliquée même par le Gouvernement, qui en a provoqué, il y a un demi-siècle, la rédaction. Ainsi, le Ministre de l'Intérieur néglige presque constamment d'adresser à l'Institut un Rapport sur les cas de fulguration observés dans les monuments pourvus de paratonnerres. A peine si ce vœu, formulé par vos illustres prédécesseurs reçoit, de loin en loin quelques satisfactions isolées. Je ne crois pas que l'Académie des Sciences ait eu communication de plus de cinq à six Rapports. Sur des événements aussi fréquents qu'intéressants à étudier dans tous les détails, ne serait-il pas urgent de rappeler cette partie de l'Instruction de 1823 à une administration qui doit mettre sa gloire à exécuter des prescriptions aussi sages. »

MM. Tabourin et Lemaire présentent au concours, pour le prix dit des « Arts insalubres », un procédé de leur invention pour la *régénération*, à l'état d'acide arsénieux, de l'*arsenic* contenu dans les résidus provenant de la fabrication de la *fuchsine*.

(Réservé pour la future Commission.)

M. Charpentier soumet au jugement de l'Académie un travail intitulé : « Mémoire sur de nouvelles lois reliant les densités aux chaleurs spécifi-

---

(1) A moins qu'on ne les y joigne métalliquement, comme l'indique l'Instruction de 1823.

ques, équivalents chimiques et coefficients de dilatation, et sur leur application industrielle au *chauffage économique* par combustion complète et sous volume constant des gaz brûlés ».

(Commissaires : MM. Regnault, Boussingault, H. Sainte-Claire Deville.)

M. Gavioli envoie la description et la figure d'un *aérostat dirigeable* de son invention.

(Renvoi à l'examen de la Commission des aérostats.)

M. Rabache adresse une Note dans laquelle, à l'occasion de Communications récentes faites à l'Académie concernant l'*influence de la lumière transmise par des verres différemment colorés sur certains phénomènes de végétation*, il rappelle des expériences qu'il a faites anciennement sur ce sujet, et qui ont été publiées par extraits dans divers journaux, entre autres dans le « Cultivateur charentais ».

Une deuxième partie de la Note de M. Rabache est relative à des inventions de fraîche date, et dont quelques-unes seulement seraient du ressort de l'Académie des Sciences.

La Note est renvoyée à l'examen des commissaires désignés pour la dernière Communication de l'auteur : MM. Balard, Delaunay, Jamin.

M. Jullien présente quelques remarques relatives à une Note récente de M. *Caron* « Sur le fer cristallisé ou brûlé ».

(Renvoi à l'examen de M. H. Sainte-Claire Deville.)

M. Petilleau envoie une troisième Note relative à l'appareil qu'il désigne sous le nom de *Presse-moteur*.

(Renvoyée, comme les Notes précédentes, à l'examen de M. Phillips.)

M. Ch. Dupuis adresse une Lettre relative à sa Communication du 13 novembre dernier, concernant un *appareil moteur* qui serait fondé sur les lois d'équilibre des liquides.

(Renvoi à M. Edm. Becquerel, commissaire désigné pour la première Note.)

## CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Agriculture et du Commerce transmet plusieurs exemplaires du règlement arrêté pour le troisième Congrès séricicole qui se tiendra cette année à Roveredo (Tyrol).

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Une nouvelle partie de l'ouvrage intitulé : « Matériaux pour la Minéralogie de la Russie »; par M. de *Kokscharow;* t. VI; 1872.

(Les parties déjà parues de cet important Ouvrage dispensent de recommander à l'attention celle qui vient de paraître.)

2° Un opuscule de M. *Pomel :* « Le Sahara : Observations de géologie, de géographie physique et biologique, avec des aperçus sur l'Atlas et le Soudan ».

(M. le Secrétaire perpétuel, en présentant cet ouvrage, en indique brièvement le contenu.)

M. C. Lunier, rédacteur en chef d'un journal scientifique, les « Annales médico-psychologiques », journal qui a été, depuis sa fondation, régulièrement adressé à l'Académie, la prie de lui donner en retour les *Comptes rendus* de ses séances.

(Renvoi à la Commission administrative.)

M. Norris, rédacteur du *Mechanic's Magazine*, demande pour ce journal l'autorisation de faire usage, dans un article sur la navigation aérienne, de deux figures que l'Académie a fait graver pour ses *Comptes rendus* hebdomadaires.

(Renvoi à la Commission administrative.)

M. le Ministre de l'Agriculture et des Travaux publics de l'Empire ottoman, Edhem-Pacha, transmet, comme de nature à intéresser l'Académie, un Rapport qui lui a été adressé par M. *Coumbary*, Directeur de l'Observatoire météorologique de Constantinople.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Notice sur les prédictions des tremblements de terre; Rapport adressé par* **M. Coumbary** *à S. Exc. Edhem-Pacha, ministre du Commerce, de l'Agriculture et des Travaux publics.*

L'Observatoire de Paris, se basant sur une dépression barométrique considérable qui s'était produite à Scarborough, nous annonçait, par une dépêche en date du 24 janvier 1872, que des tremblements de terre étaient à craindre. En effet, à l'époque indiquée, un fort tremblement de terre s'est fait sentir à Toultcha, ainsi que dans les Principautés danubiennes.

» Notre Observatoire suit avec satisfaction les progrès qui s'accomplissent dans la nouvelle science météorologique, et porte un vif intérêt aux travaux des savants qui poursuivent avec persévérance la solution des problèmes météorologiques.

» Il est intéressant d'examiner comment, dans des questions en apparence compliquées, on peut parvenir à la découverte de la même vérité par des voies différentes. Ainsi, tandis que l'Observatoire de Paris, se fondant sur certaines situations atmosphériques particulières, caractérisées par une notable dépression barométrique, a pu en déduire la probabilité des mouvements séismiques, et pense avoir trouvé le lien mystérieux qui établit une certaine relation entre les perturbations atmosphériques et les tremblements de terre, M. Bulard, de son côté, directeur de l'Observatoire d'Alger, abordant la question d'un autre point de vue, arrive, lui aussi, à la prévision des tremblements de terre. Ainsi il nous avait communiqué, il y a plus d'un mois, un Bulletin relatant des prévisions qu'il avait faites relativement aux perturbations atmosphériques dans certaines régions limitées; ce que nous y avons trouvé de plus remarquable, c'était la prévision des mouvements séismiques pour le 23-24 janvier 1872. Ce fait, s'il était isolé, pourrait être mis sur le compte du hasard, mais il a des antécédents: ainsi M. Bulard annonçait des mouvements séismiques pour le 12-13 décembre 1869; et le 13 décembre, à $4^h 45^m$ du matin, on a ressenti à Smyrne une secousse de tremblement de terre. Il annonçait des mouvements séismiques pour le 9 janvier 1870; à cette date, il est vrai, aucune secousse n'a été signalée dans nos régions, mais, le 3 janvier, un tremblement de terre a eu lieu ici. Il annonçait des mouvements séismiques pour le 5-6 octobre 1871; le 8 dudit mois, de fortes secousses ont été ressenties depuis l'Hellespont jusqu'à Varna.

» Les fortes perturbations atmosphériques que M. Bulard annonçait comme devant se produire à des époques déterminées ont toutes exercé leur action sur nos régions; ce sont celles des 29-30 novembre 1869;

26-27 et 28 décembre 1869; 13-14-15 et 16 octobre 1871; 12-13 et 14 décembre 1871; 7-8 et 9 janvier 1872.

» Ces coïncidences ne sauraient passer inaperçues; on ne peut les rejeter systématiquement sans risquer d'entraver le progrès de la science. Nous pensons qu'elles méritent une attention particulière et un certain ordre d'investigations qui, en tous cas, jetteraient de la lumière dans le domaine de cette science. Il faut donner un libre cours à la pensée en la dégageant de la domination des théories admises, trop souvent peu fondées, qui ne sont qu'autant d'obstacles s'opposant à la tendance naturelle de l'esprit vers les recherches.

» Comme il est aujourd'hui établi que les mouvements généraux de l'atmosphère ont lieu de l'ouest à l'est, le réseau météorologique ottoman, qui occupe l'extrême est du réseau météorologique européen, devenant par sa position le point de contrôle des théories et des prévisions relatives aux mouvements atmosphériques, nous nous estimerions heureux si nous pouvions contribuer au progrès de cette science, progrès dépendant de l'entente scientifique universelle. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Note sur l'aurore polaire de la nuit du 4 au 5 février 1872.* Extrait d'une Lettre de Saint-Denis [île de la Réunion (lat. 20° 51′ 43″ S., long. 53° 9′ 52″ E.)], reçue à Paris le 9 mars 1872, par M. le Maréchal Vaillant.

« Nous avons eu, dans la nuit du 4 au 5 de ce mois, un spectacle splendide : une magnifique aurore australe s'est montrée à nos yeux. Vers 10 heures (environ 6h30m, heure de Paris), on aperçut une immense lueur dans le sud de l'île; on crut d'abord à un vaste incendie, mais c'était peu probable à la suite des pluies abondantes que nous avions eues. L'horizon s'empourpra davantage vers 11h30m (8 heures, heure de Paris), et les montagnes, les arbres, se détachant en noir sur ce fond rouge, faisaient un très-bel effet. Peu à peu cette immense nappe de feu s'étendit de l'est à l'ouest; au travers, on voyait briller les étoiles; puis cette nappe se replia, et l'on vit d'immenses rayons qui semblaient partir comme des queues de fusées. Il y avait aussi de grandes raies blanches par groupes de quinze ou seize. Peu à peu la lueur rouge disparut, et l'aurore prit une teinte blanchâtre, qu'elle a conservée jusque vers 2 heures du matin (10h30m du soir, heure de Paris). »

*Extrait d'une autre Lettre de la Réunion, adressée à M. le Maréchal Vaillant.*

« Nous avons eu, dans la nuit du 4 au 5 de ce mois, un de ces phénomènes bien rares dans nos parages : c'est celui d'une magnifique aurore australe comme je n'en avais jamais vu. Ses premières lueurs ont paru vers 8h30m (5 heures du soir, heure de Paris), et à 5 heures du matin (1h30m du matin, heure de Paris) elle était encore très-apparente; mais sa plus grande intensité a été de 11h30m du soir à 1h30m du matin (de 8 heures à 10 heures du soir, heure de Paris), avec des traînées de gris cendré ressemblant à des queues de comètes. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Note sur l'aurore polaire de la nuit du 4 au 5 février 1872;* par M. AUG. VINSON. (Extrait d'une Lettre adressée à M. le Président.)

« Saint-Denis [Ile de la Réunion (lat. 20° 51′ 43″ S., long. 53° 9′ 52″ E.)], le 6 février 1872.

» Les faits qui intéressent la science sont utiles à recueillir sur tous les points du globe. Ils le deviennent davantage quand ils concernent la météorologie, où les phénomènes identiques ou solidaires se passent quelquefois sur une très-vaste étendue.

» C'est dans ce but que j'ai pensé devoir relater avec quelques détails les phénomènes dont la colonie de la Réunion (Bourbon) vient d'être témoin.

» Dans la nuit du 4 au 5 février 1872 une aurore australe a été vue de l'île de la Réunion.

» Ce beau phénomène météorique a commencé vers 8h 30m du soir (environ 5 heures, heure de Paris). A ce moment, le ciel s'est teinté d'une couleur de pourpre dont l'étendue s'est agrandie par degrés et en augmentant d'intensité du sud vers le sud-est, et du sud vers le sud-ouest. — On eût dit, tout d'abord, la déflagration d'un vaste volcan ou la lueur d'un immense incendie. Toute la partie du ciel qui bordait l'horizon était d'un pourpre foncé, d'une couleur sanglante ou rouge-feu. S'abaissant vers l'est et l'ouest, comme aux deux extrémités d'un arc immense, la coloration au sud montait jusqu'au zénith. Une partie de la Voie-Lactée était noyée dans la clarté lumineuse : l'étoile de première grandeur *Canopus* elle-même se trouvait envahie par la limite supérieure de la nappe colorée. Dans ce voile purpurin, la Croix-du-Sud, appuyée à ce moment sur le 24e degré, apparaissait avec tout son éclat; les étoiles sous-jacentes (les brillantes du *Compas*), quoique plus basses, scintillaient au travers et s'en dégageaient avec toute leur pureté. La lueur d'un vaste incendie, ou la déflagration d'un volcan (1), n'ayant pas la même ténuité, n'aurait point permis une telle pénétration des rayons stellaires : il fallait, pour laisser percer cet éther coloré, qu'il fût constitué tout entier par la transparence purpurine et lumineuse d'une aurore magnétique.

» Le doute ne fut plus permis par l'étendue du météore, son activité plus générale, la coloration magique du ciel, une diffusion plus harmonieuse de la lumière, sa transparence au-dessus des degrés inférieurs, et surtout par l'apparition soudaine d'immenses jets lumineux qui montaient de l'horizon vers le zénith, comme des colonnes de feu, des bandes ou des fusées d'une lumière plus blanche; plusieurs bandes se montraient parallèles, distantes de plusieurs degrés les unes des autres, et dressées comme de grandes queues de comètes. Quelques nuages qui passaient pendant la durée du phénomène, entre le spectateur et ce fond incandescent, flottaient en légers *cumuli-nimbi*, et se détachaient en noir comme des ombres errantes.

» De 10 à 11 heures (6h 30m à 7h 30m, heure de Paris), l'aurore parut atteindre son maximum d'intensité : par moment ses teintes semblaient se renforcer dans tous les points de leur immense étendue. Alors la clarté répandue sur nous était si vive que j'ai pu voir très-

(1) Ce qu'aurait pu faire supposer la position du spectateur derrière une ligne de montagnes, et la direction du volcan de l'île Bourbon. Vue de l'autre côté de l'île, la base du phénomène ne doit pas permettre cette illusion en émergeant de l'océan Indien derrière l'horizon.

distinctement les lignes de ma main, et à sa surface quelques taches fortuitement produites la veille par du nitrate d'argent. Les traits des personnes voisines se voyaient avec la même facilité de détail.

» Aucun bruit de froissement ou de crépitation ne se faisait entendre. Tout paraissait silencieux dans l'atmosphère pendant l'émission de l'orage magnétique que son développement extraordinaire au pôle sud nous faisait contempler de si loin.

» A minuit ($8^h 30^m$, heure de Paris), l'aurore australe prit une coloration rouge-brique et des bandes orangées se manifestèrent, animées d'un véritable mouvement d'ondulation.

» A 3 heures du matin ($11^h 30^m$ du soir, heure de Paris), le phénomène austral avait pâli : sa couleur rouge s'était lentement transformée en jaune d'or, comme dans un lever de soleil. C'était le phénomène, si rare pour nos régions, qui se dissipait et s'éteignait presque au moment où allaient naître les premières clartés du jour.

» On peut juger de l'immensité du météore et de sa beauté dans les régions polaires où il se développait et même dans les lieux environnants, quand on songe qu'à la distance où se trouve l'île de la Réunion, et n'en voyant que la partie supérieure, ce phénomène occupait une si large étendue, montait jusqu'au zénith et apparaissait encore avec un si grand éclat ! Or la base et le corps du météore nous étaient complétement cachés par le cercle immense qui, se développant du pôle austral, vient s'arrêter à notre horizon. Combien la foule des spectateurs plus rapprochés, bien éclairés par ces feux magnétiques, dut être vivement émue ! Pendant qu'à l'entour quelques-uns se livraient à la crainte que les états extraordinaires du ciel inspirent, j'étais jeté dans une profonde admiration d'un spectacle que je n'avais jamais vu porté à un si haut point de magnificence.

» Ce n'était pas la première fois qu'une aurore australe apparaissait à l'île de la Réunion. Il est probable que leur apparition a été confondue avec la lueur des éruptions volcaniques qui ont lieu dans cette île. Déjà, dans la nuit du 25 au 26 octobre 1870, une aurore australe un peu moins belle a été des mêmes lieux observée par nous. Je crois qu'une aurore boréale fut vue dans le même moment en France (1). La simultanéité des aurores magnétiques émises par le pôle nord et par le pôle sud est un fait déjà remarqué dans la science. Peut-être même l'aurore australe que nous venons d'admirer a-t-elle dépassé les limites de notre hémisphère. *En France, vous devez savoir si à la même date, aux heures correspondantes, une aurore boréale ou australe a été observée en Europe* (2).

» J'ai regretté de n'avoir pu suivre l'observation de l'aiguille aimantée sur la grande boussole à variations diurnes que possède la colonie. Cette étude eût été pleine d'intérêt. L'inattendu d'un pareil phénomène a été une surprise pour tous.

» Cependant les fils conducteurs du télégraphe électrique qui relient les divers quartiers de l'île, au rapport des chefs de service, ont été soumis à une perturbation incessante pendant la durée du phénomène austral dont je viens de vous exposer le tableau. »

---

(1) Des aurores boréales ont été observées à Paris dans les deux nuits consécutives du 24 au 25 et du 25 au 26 octobre 1870. (Voir *Comptes rendus*, t. LXXI, p. 584 et suivantes, séance du 31 octobre 1870.)

(2) M. Vinson trouvera dans les numéros précédents des *Comptes rendus* les observations dont l'aurore polaire du 4 au 5 février 1872 a été l'objet en Europe. La réduction uniforme à l'heure de Paris lui montrera que les principales phases du phénomène ont été partout à peu près simultanées. M. Janssen, qui, dans la nuit du 4 au 5 février 1872, se trouvait

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Relations entre l'apparition des aurores et le mouvement de la lune; par* **M. H. de Parville.**

« Je recueille depuis dix ans, selon un plan systématique, des observations relatives à l'influence de la lune sur les mouvements atmosphériques. Les résultats sont très-nets. Je n'aurais pas toutefois parlé déjà de ces recherches, désirant les soumettre à un contrôle encore plus long, si je n'avais trouvé dans quelques Communications récentes, concernant l'aurore du 4 février, l'idée exprimée sans précision, il est vrai, mais du moins clairement énoncée, d'une relation possible entre l'apparition des aurores et la distance des astres à la terre, et d'une intervention dans le phénomène des marées atmosphériques.

» L'influence de la position du Soleil, distance, déclinaison, a été examinée autrefois par de Mairan; les relevés de M. Boué et de M. Loomis la mettent hors de doute. Ainsi sur les aurores bien observées jusqu'en 1860, on compte seulement 60 apparitions pendant le mois de juin, 458 pour le mois de mars et 498 pour le mois d'octobre. C'est assez dire qu'il existe un maximum prononcé dans le voisinage des équinoxes. Les influences lunaires n'ont pas encore été mises de même en évidence. Aussi, pour pouvoir continuer mes études à loisir et éviter toute équivoque pour l'avenir, je demande à l'Académie la permission de prendre date en quelques lignes.

» Mes premières recherches sur ce sujet remontent à 1860; j'ai essayé alors de reprendre le problème délicat de l'équilibre de l'atmosphère en partant de l'expression analytique des composantes méridiennes du Soleil et de la Lune, donnée par Laplace. La discussion des six forces perturbatrices m'a conduit à un certain nombre de conséquences que je n'ai cessé depuis de contrôler par des observations méthodiques.

---

encore dans l'Inde, n'a été ni frappé ni averti de l'apparition d'aucune lueur inusitée, ce qui peut faire présumer que les deux aurores polaires sont restées isolées et ne se sont pas réunies à l'Équateur.

« Dans la nuit du 4 au 5, écrit-il, j'étais à Colombo, capitale de Ceylan (lat. 7°10′ N., long. 77°30′ E. environ). Je n'ai pas vu d'aurore; mais, n'observant pas en ce moment, je ne puis affirmer d'une manière absolue qu'il ne se soit rien produit dans le ciel à une heure avancée de la nuit. »

L'aurore boréale aurait probablement commencé à Colombo vers 10 heures du soir (heure indienne). Colombo est situé à plus de 24 degrés à l'E. de Saint-Denis (Réunion) et à près de 40 degrés à l'E. du point où la ligne tirée de Paris à Saint-Denis coupe l'Équateur. Il serait donc possible que les deux aurores polaires se fussent jointes à l'Équateur sans qu'on ait rien vu à Colombo. Ce seraient les observations faites sur le haut Nil qui pourraient éclaircir la question. Espérons qu'on en recevra. L. É. D. B.

» Plusieurs observateurs avaient déjà essayé de faire la part de la Lune dans la production des météores. On se rappelle les recherches de Flaugergues, de Schübler, de Toaldo, Nasmyth, Johnson, Park Harrison, Buys-Ballot, etc..... En général, les relevés de la plupart de ces observateurs accusent bien une influence de la Lune, mais d'un ordre à peu près insignifiant, dans le mécanisme des phénomènes météorologiques. Pour nous, au contraire, le rôle de la Lune est parfaitement tranché. La méthode suivie jusqu'ici dans le groupement des chiffres et des observations a été telle qu'elle masquait précisément les résultats à mettre en relief ou les laissait le plus souvent dans l'ombre. C'est à un tout autre point de vue qu'on ne l'a fait antérieurement qu'il faut envisager les influences sidérales. Nous reviendrons sur ce point avec l'agrément de l'Académie.

» En 1864, dans de nombreuses publications, nous n'hésitions plus à nous mettre en désaccord avec l'opinion qui a encore cours dans la science et à formuler la proposition suivante :

» La production des phénomènes atmosphériques de grande amplitude » est réglée par les mouvements combinés du Soleil et de la Lune. » Bourrasques, orages, aurores et leurs corollaires : variations barométriques, thermométriques, magnétiques, sont les effets d'une même cause et obéissent aux mêmes lois. Les grandes perturbations coïncident toujours avec « certains points astronomiques critiques, » qui se déduisent de notre théorie de l'équilibre atmosphérique.

» Notre but n'est pas aujourd'hui d'établir la généralité de ces lois, mais d'en signaler dans cette courte Note une application particulière à la périodicité des aurores sur laquelle l'attention vient d'être appelée. Il nous suffira d'indiquer les dates d'apparition des aurores dans ces dernières années, pour montrer que ces phénomènes concordent avec nos « points » astronomiques critiques, » tels que : apogée, périgée lunaires, lunistice, équilune, coïncidence de déclinaisons solaire et lunaire.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1869. | Avril | 3. | Aurore à Thursö; lunistice. |
| | » | 9. | Aurore dans le nord; apogée. |
| | » | 15. | Aurore en Angleterre; lunistice. |
| | Mai | 13. | Aurore, bourrasque; coïncidence de déclinaison. |
| | Sept. | 5. | Aurore, coup de vent; périgée, NL le 6. |
| | Oct. | 6. | Belle aurore, coup de vent; coïncidence de déclinaison. |
| 1870. | Fév. | 12. | Aurore en Écosse, orages; lunistice. |
| | Mars | 11. | Aurore à Greencastle, orages; coïncidence de déclinaison. |
| | Sept. | 4. | Aurore, coup de vent; lunistice. |
| | » | 24, 25. | Belles aurores; équilune. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Oct. | 14. | Aurore, orages; lunistice. |
| | » | 24, 25. | Aurore, bourrasque; périgée, coïncidence de déclinaison. |
| | Déc. | 13. | Belle aurore; lunistice. |
| 1871. | Janv. | 13. | Aurore à Thursö; équilune le 12. |
| | Fév. | 11. | Aurore en Angleterre ; coïncidence. |
| | » | 12, 13. | Aurores; périgée le 13. |
| | » | 13, 14. | Aurores à Thursö; lunistice le 15. |
| | Mars | 13. | Aurore en Angleterre ; lunistice le 14. |
| | Avril | 14. | Aurore à Thursö, bourrasque; coïncidence. |
| | Juill. | 15. | Aurore, orages; lunistice. |
| | » | 25. | Aurore à Roche's Point; périgée, lunistice. |
| | Août | 11. | Aurore à Valentia; apogée le 10. |
| | » | 12. | Aurore à Valentia; lunistice le 12. |
| | » | 13. | Aurore à Nairn; lunistice le 12. |
| | » | 16. | Aurore, bourrasque; coïncidence le 16. |
| | Sept. | 4. | Aurore et coup de vent; coïncidence le 3. |
| | » | 7. | Aurore en Angleterre; apogée, lunistice. |
| | » | 9. | Aurore à Shetland; lunistice le 8. |
| | » | 15. | Aurore à Roche's Point; coïncidence, équilune. |
| | » | 16. | Aurore à Roche's Point; coïncidence. |
| | Oct. | 4. | Aurore; apogée. |
| | » | 12. | Aurore à Thursö; coïncidence. |
| | » | 13. | Aurore à Thursö ; équilune. |
| | » | 15. | Aurore à Londres, coïncidence le 14, périgée le 16. |
| | Nov. | 9. | Belle aurore à Londres; équilune. |
| | » | 11. | Belle aurore à Londres; coïncidence le 12, périgée le 13. |
| 1872. | Janv. | 9. | Aurore à Thursö; lunistice, périgée, NL. |
| | » | 10. | Aurore à Thursö; coïncidence le 11. |
| | Fév. | 4. | Brillante aurore; lunistice. |
| | » | 24. | Aurore, pluie; coïncidence. |

» Bien qu'il faille se défier, en thèse générale, des coïncidences, celles-ci sont assez répétées et assez rigoureuses pour qu'il soit difficile de ne pas admettre une relation de cause à effet de nature à jeter quelque lumière sur la théorie des aurores. »

PHYSIQUE. — *Voyages scientifiques.* Lettre de **M. Janssen** à M. Dumas, donnant une brève indication des divers résultats obtenus dans l'accomplissement de la mission qu'il avait reçue de l'Académie.

« Je viens d'arriver à Paris, ayant accompli la mission que l'Académie m'avait fait l'honneur de me confier. Mon retour s'est effectué dans les meilleures conditions. Après l'éclipse, que j'ai observée sur un des sommets

des monts Neelgherries, dans l'Inde centrale, je suis resté un mois dans mon observatoire, afin de profiter, pour certaines études, de l'un des plus beaux ciels que j'aie rencontrés dans mes voyages. Je suis ensuite descendu de ces montagnes, et j'ai visité une partie de l'Inde du sud, la province de Madras, puis l'île de Ceylan. Indépendamment des observations astronomiques, j'ai pu fixer la position actuelle, dans l'Inde, de l'équateur magnétique pour l'inclinaison, et faire des observations de physique terrestre. Enfin, je rapporte une collection d'animaux vivants ou conservés qui, je l'espère, sera de quelque utilité pour notre Muséum d'histoire naturelle.

» J'aurai l'honneur de présenter incessamment à l'Académie un Rapport d'ensemble sur ma mission. »

GÉOMÉTRIE. — *Détermination des caractéristiques des systèmes élémentaires de cubiques*. Note de **M. H. G. Zeuthen**, présentée par M. Chasles.

CUBIQUES GÉNÉRALES.

« 1. Une cubique générale est de la sixième classe et douée de 9 tangentes d'inflexion. Les cubiques qui satisfont à *huit* conditions forment un système $(\mu, \mu')$. Soit $c'$ la classe de l'enveloppe des tangentes d'inflexion.

» 2. *Courbes singulières.* — 1° Il y a ordinairement dans un système un nombre de cubiques douées d'un point double; celui-ci est aussi un sommet double. Désignons ce nombre par $\varpi (= \varpi_0 + 2\varpi_1 + 4\varpi_2)$ (*). Nous ne comprenons pas dans ce nombre les cubiques composées dont nous allons parler.

» 2° Une courbe du système peut être composée d'une droite double et d'une droite simple, ou bien, si on la regarde comme enveloppe de tangentes, d'un sommet double au point d'intersection, et de quatre sommets simples placés sur la droite double. Nous appellerons ces courbes des *cubiques à branche double*.

» 3° Une courbe du système peut se réduire à une droite triple douée de six sommets.

» Aussi les deux dernières espèces de courbes singulières dépendent de *huit* conditions, et l'on en peut trouver dans un système satisfaisant à des conditions indépendantes entre elles.

» Nous ne nous occuperons ici que de systèmes *tangents à* 8 *courbes indépendantes entre elles, ou seulement à* $8 - \alpha$ *courbes,* $\alpha$ *des points de contact étant donnés.*

(*) *Voir* ma Communication précédente. *Comptes rendus*, t. LXXIV, p. 605.

» Nous désignerons par $\nu_{\xi\eta}$ le nombre de cubiques à branche double d'un système dont la droite double est tangente à $\xi$ courbes données, dont le sommet se trouve sur $\eta$, et dont les contacts avec ces $\xi + \eta$ courbes sont dus à ces circonstances, et nous poserons

$$\Sigma 2^{\xi+\eta}\nu_{\xi\eta} = \nu_{00} + 2(\nu_{01} + \nu_{10}) + 4(\nu_{02} + \nu_{11} + \nu_{20}) + 8(\nu_{12} + \nu_{21}) = \nu.$$

» Nous désignerons par $\lambda_\xi$ le nombre des droites triples du système qui sont tangentes à $\xi$ des courbes données (et dont $\xi$ contacts sont dus à cette circonstance), et nous poserons

$$\Sigma 3^\xi \lambda_\xi = \lambda_0 + 3\lambda_1 + 9\lambda_2 = \lambda.$$

» Les nombres « théoriques » des courbes singulières du système seront $\varpi$ et des *multiples* de $\nu$ et de $\lambda$.

» 3. *Formules.* — Le principe de correspondance donne (*)

(1) $$4\mu = \mu' + A\nu + B\lambda,$$

(2) $$10\mu' = \mu + \varpi + C\nu + 3c',$$

(3) $$\mu' + 5\mu = c' + D\nu + 6E\lambda,$$

où A, B, C, D, E sont des coefficients entiers et positifs. On en déduit

(4) $$12\mu = \varpi + F\nu + G\lambda,$$

où

$$F = 7A + C - 3D, \quad G = 7B - 18E.$$

» Il sera possible de trouver les valeurs des coefficients A, B, F et G en appliquant les formules (1) et (4) aux systèmes élémentaires.

» 4. *Caractéristiques des systèmes élémentaires.* — Il n'y aura dans le système $(\alpha p, \beta l)$, où $\alpha + \beta = 8$, ni des cubiques à branche double, ni des droites triples *tant que* $\alpha > 4$. On sait que $N(9p) = 1$. Par conséquent, la formule (1) donne (**)

$$N[\alpha p, (9-\alpha)l] = 4^{9-\alpha} \quad \text{pour} \quad \alpha = 9, 8, 7, 6, 5.$$

---

(*) On trouve la formule (3) en cherchant le nombre des tangentes qui passent par un point donné et qui rencontrent la courbe en trois points coïncidents (Comparer la formule (4) de ma précédente communication).

(**) Ces résultats sont renfermés dans un théorème de M. *Bischoff*, auquel son auteur, ainsi que M. *de Jonquières*, avait donné d'abord un énoncé beaucoup trop large, mais que ce dernier savant a corrigé plus tard en y ajoutant l'indication des limites nécessaires. M. *de Jonquières* a donné après au même théorème des extensions considérables (Voir le *Journal de Crelle-Borchardt*, t. 66).

» On a donc dans le système $(4p, 4l)$

$$\mu = 256.$$

On trouve pour le même système

$$\varpi = 2784\left(= 480 + 2.4.240 + 4\cdot\frac{4.3}{2}\cdot 16\right),$$

$$\nu\left(= 4\nu_{20} = 4\cdot\frac{4.3}{2}\right) = 24, \quad \lambda = 0.$$

La formule (4) nous donne maintenant

$$24F = 288 \quad \text{ou bien } F = 12,$$

et la formule (1)

$$\mu' = 1024 - 24A.$$

» On a donc dans le système $(3p, 5l)$

$$\mu = 1024 - 24A.$$

On trouve

$$\varpi = 8832, \quad \nu = 240\left(\nu_{10} = 3\cdot\frac{5.4}{2}, \quad \nu_{11} = 3.5, \quad \nu_{21} = 3.5\right).$$

En substituant ces valeurs et $F = 12$ dans la formule (4) on en déduit que $A = 2$. Puis on trouve

$$\mu = 976, \quad \mu' = 3424.$$

» *Système* $(2p, 6l)$ :

$$\mu = 3424, \quad \varpi = 21828, \quad \nu = 885, \quad \lambda (= 9\lambda_2) = 9.$$

Les formules (4) et (1) nous donnent par conséquent

$$G = 960 \quad \text{et} \quad \mu' = 11926 - 9B.$$

» *Système* $(p, 7l)$ :

$$\mu = 11926 - 9B, \quad \varpi = 39072, \quad \nu = 1470, \quad \lambda = 63.$$

La formule (4) nous donne

$$B = 240.$$

On trouve ensuite

$$\mu = 9766, \quad \mu' = 21004.$$

» *Système* $(8l)$ :

$$\mu = 21004, \quad \varpi = 50448, \quad \nu = 0, \quad \lambda = 210.$$

La formule (4) sert ici seulement de vérification; (1) nous donne

$$\mu' = 33616.$$

» On a donc,

$$\begin{array}{lccccc} \text{pour } \alpha = & 4, & 3, & 2, & 1, & 0, \\ \mathrm{N}[\alpha p, (9-\alpha)l] = & 976, & 3424, & 9766, & 21004, & 33616; \end{array}$$

et les formules (1) et (4) deviennent

(1 *bis*) $$4\mu = \mu' + 2\nu + 240\lambda,$$

(4 *bis*) $$12\mu = \varpi + 12\nu + 960\lambda.$$

» En appliquant ces formules aux systèmes où un ou plusieurs des contacts ont lieu en des points donnés, on trouve,

| pour | $\alpha > 3$, | $\alpha = 3$, | 2, | 1, | 0, |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{N}[\alpha p, (7-\alpha)l, (pl)] =$ | $4^{7-\alpha}$, | 244, | 856, | 2344, | 4726, |
| $\mathrm{N}[\alpha p, (5-\alpha)l, 2(pl)] =$ | $4^{5-\alpha}$ | , | 62, | 220, | 576, |
| $\mathrm{N}[\alpha p, (3-\alpha)l, 3(pl)] =$ | $4^{3-\alpha}$ | | | , | 58, |
| $\mathrm{N}[\alpha p, (1-\alpha)l, 4(pl)] =$ | $4^{1-\alpha}$ | | | | . |

» La plupart de ces nombres sont caractéristiques ($\mu$ ou $\mu'$) de deux systèmes, ce qui donne lieu à de nouvelles vérifications (*).

» En déterminant ici les caractéristiques des systèmes élémentaires de cubiques, je crois être entré dans le chemin qu'il faut suivre pour résoudre successivement les mêmes questions pour des courbes d'un ordre plus élevé (**). On voit que les formules dont j'ai fait usage sont des cas parti-

---

(*) On évite, par ces vérifications, d'*oublier* des courbes singulières. Il y a aussi, dans cette théorie des cubiques générales, beaucoup d'autres moyens de vérification que ceux que je nomme ici.

(**) Dans les systèmes de courbes générales du quatrième ordre, les positions de onze des sommets d'une droite quadruple déterminent celle du douzième. Ce fait ne doit pas étonner; car les douze sommets sont les points d'intersection de la courbe-limite du quatrième ordre avec une courbe du troisième ordre qui se réduit à une droite triple coïncidant avec la droite double.

La théorie des systèmes de courbes planes a beaucoup de relations avec celle des surfaces algébriques. Je n'ai pas ici, dans le choix de mes notations, eu égard à ces relations, ce que les notations $b$, $c$, $c'$ pouvaient faire présumer.

culiers de formules plus générales, que je n'ai pas indiquées afin de n'avoir pas à m'occuper de coefficients qui étaient indifférents dans les questions actuelles. Aussi, dans la théorie des systèmes de cubiques, il reste encore beaucoup à faire. »

ANALYSE. — *Sur un changement de variables qui rend intégrables certaines équations aux dérivées partielles du second ordre.* Note de **M. J. Boussinesq**, présentée par M. de Saint-Venant.

« On a si peu de moyens d'intégrer les équations aux dérivées partielles du second ordre, même linéaires, mais à coefficients non constants, qu'il est bon de faire connaître tout procédé rendant intégrables certaines de ces équations. Je me propose d'exposer ici la méthode par laquelle, dans le problème des cylindres isostatiques produits à l'intérieur d'un solide homogène et ductile (*Comptes rendus*, 29 janvier 1872, p. 318), je suis arrivé aux deux variables indépendantes $h$ et $\alpha$ qui rendent l'intégration possible et même facile, méthode que j'ai reconnue depuis convenir également dans d'autres cas.

» Soit une équation de la forme

$$(1)\qquad \mathrm{R}r + 2\mathrm{S}s + \mathrm{T}t + \mathrm{P}p + \mathrm{Q}q + \mathrm{L}z = 0,$$

dans laquelle $z$ désigne une fonction de deux variables indépendantes $x$, $y$, et $p$, $q$, $r$, $s$, $t$ ses cinq dérivées respectives du premier et du second ordre en $x$ et $y$, enfin R, S, T, P, Q cinq fonctions données des deux mêmes variables, et L une constante. (On ramènerait immédiatement à cette forme une équation comme celle-ci

$$(2)\qquad \mathrm{R}r + 2\mathrm{S}s + \mathrm{T}t = 0,$$

où R, S, T dépendraient seulement de $p$ et $q$, en lui appliquant, comme je l'ai fait à la première page de l'article cité du 29 janvier, la transformation bien connue de Legendre, transformation qui consiste à prendre $p$ et $q$ pour variables indépendantes, au lieu de $x$ et $y$; celles-ci deviennent alors les dérivées respectives en $p$ et $q$ de la fonction $\varpi = px + qy - z +$ const., laquelle seule reste à déterminer.)

» Supposons qu'on puisse obtenir les intégrales générales $u =$ const. et $v =$ const. des deux équations différentielles

$$(3)\qquad \frac{dx}{\mathrm{R}} = \frac{dy}{\mathrm{S} + \sqrt{\mathrm{S}^2 - \mathrm{RT}}}, \quad \frac{dx}{\mathrm{R}} = \frac{dy}{\mathrm{S} - \sqrt{\mathrm{S}^2 - \mathrm{RT}}},$$

de manière à avoir deux fonctions $u$ et $v$ qui vérifient les deux équations aux dérivées partielles du premier ordre

$$(4)\quad \begin{cases} \frac{du}{dx}\mathrm{R} + \frac{du}{dy}\left(\mathrm{S}+\sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\right) = 0, & \text{ou} \quad \left(\mathrm{S}-\sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\right)\frac{du}{dx} + \mathrm{T}\frac{du}{dy} = 0, \\ \frac{dv}{dx}\mathrm{R} + \frac{dv}{dy}\left(\mathrm{S}-\sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\right) = 0, & \text{ou} \quad \left(\mathrm{S}+\sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\right)\frac{dv}{dx} + \mathrm{T}\frac{dv}{dy} = 0. \end{cases}$$

Nous pourrons prendre $u$ et $v$, au lieu de $x$ et $y$, pour variables indépendantes. Les formules de transformation seront

$$(5)\quad \begin{cases} \frac{dz}{dx} = \frac{dz}{du}\frac{du}{dx} + \frac{dz}{dv}\frac{dv}{dx}, \quad \frac{dz}{dy} = \frac{dz}{du}\frac{du}{dy} + \frac{dz}{dv}\frac{dv}{dy}, \\ \frac{d^2z}{dx^2} = \ldots, \quad \frac{d^2z}{dx\,dy} = \ldots, \quad \frac{d^2z}{dy^2} = \ldots. \end{cases}$$

» Ces expressions des dérivées premières et secondes de $z$ par rapport à $x$ et à $y$, substituées respectivement à $p$, $q$, $r$, $s$, $t$ dans l'équation (1), la changeront, si l'on tient compte de (4), en celle-ci

$$(6)\quad 2\mathrm{S}_1\frac{d^2z}{du\,dv} + \mathrm{U}\frac{dz}{du} + \mathrm{V}\frac{dz}{dv} + \mathrm{L}z = 0,$$

dans laquelle on a fait, pour abréger,

$$(7)\quad \begin{cases} \mathrm{S}_1 = \mathrm{R}\frac{du}{dx}\left(\mathrm{R}\frac{dv}{dx} + \mathrm{S}\frac{dv}{dy}\right) + \frac{du}{dy}\left(\mathrm{S}\frac{dv}{dx} + \mathrm{T}\frac{dv}{dy}\right) \\ \quad = \sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\left(\frac{du}{dx}\frac{dv}{dy} - \frac{du}{dy}\frac{dv}{dx}\right), \\ \mathrm{U} = \mathrm{R}\frac{d^2u}{dx^2} + 2\mathrm{S}\frac{d^2u}{dx\,dy} + \mathrm{T}\frac{d^2u}{dy^2} + \mathrm{P}\frac{du}{dx} + \mathrm{Q}\frac{du}{dy} \\ \quad = \frac{du}{dx}\left[\mathrm{P} - \frac{d\mathrm{R}}{dx} - \frac{d\left(\mathrm{S}+\sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\right)}{dy}\right] + \frac{du}{dy}\left[\mathrm{Q} - \frac{d\left(\mathrm{S}+\sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\right)}{dx} - \frac{d\mathrm{T}}{dy}\right], \\ \mathrm{V} = \mathrm{R}\frac{d^2v}{dx^2} + 2\mathrm{S}\frac{d^2v}{dx\,dy} + \mathrm{T}\frac{d^2v}{dy^2} + \mathrm{P}\frac{dv}{dx} + \mathrm{Q}\frac{dv}{dy} \\ \quad = \frac{dv}{dx}\left[\mathrm{P} - \frac{d\mathrm{R}}{dx} - \frac{d\left(\mathrm{S}+\sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\right)}{dy}\right] + \frac{dv}{dy}\left[\mathrm{Q} - \frac{d\left(\mathrm{S}-\sqrt{\mathrm{S}^2-\mathrm{RT}}\right)}{dx} - \frac{d\mathrm{T}}{dy}\right]. \end{cases}$$

» Les troisièmes membres de ces dernières relations équivalent aux seconds en vertu des formules (4).

» L'équation (6) sera souvent plus simple que la proposée (1), et on pourra même l'intégrer en série d'exponentielles réelles ou imaginaires de la forme $\mathrm{A}e^{mu+nv}$, si les valeurs (7) de ses coefficients $\mathrm{S}_1$, U, V sont constantes.

» Soit, par exemple, l'équation

$$(8)\quad (x^2-y^2)(r-t)+4xys+(ax+by)p+(ay-bx)q+Lz=0,$$

$a$, $b$, L désignant trois constantes. On aura successivement

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} &R=-T=x^2-y^2,\quad S=2xy,\quad P=ax+by,\quad Q=ay-bx,\\ &u=\log\sqrt{x^2+y^2}-\operatorname{arc\,tang}\frac{y}{x},\quad v=\log\sqrt{x^2+y^2}+\operatorname{arc\,tang}\frac{y}{x},\\ &S_1=2,\quad U=a+b-2,\quad V=a-b-2,\end{aligned}\right.$$

et, par suite, en divisant (6) par 2,

$$(10)\qquad 2\frac{d^2z}{du\,dv}+\left(\frac{a+b}{2}-1\right)\frac{dz}{du}+\left(\frac{a-b}{2}-1\right)\frac{dz}{dv}+\frac{L}{2}z=0.$$

» Celle-ci est à coefficients constants, et par conséquent intégrable. Son intégrale générale serait même simplement $z=f(u)+f_1(v)$, avec deux fonctions arbitraires $f$ et $f_1$, si l'on avait $L=0$, $b=0$, $a=2$.

» Lorsque $L=a=b=0$, l'équation (8) est précisément celle à laquelle la transformation de Legendre réduit l'équation aux dérivées partielles des cylindres isostatiques produits dans un solide ductile : la transformée (10) prendrait alors exactement la forme de celle (8) de l'article cité du 29 janvier, si l'on y remplaçait les deux variables $u$ et $v$ par les suivantes, plus spécialement adaptées au problème de ces cylindres,

$$\mathcal{h}=\sqrt{x^2+y^2}\quad \text{et}\quad \alpha=\operatorname{arc\,tang}\frac{y}{x}.$$

» Considérons encore l'équation

$$(11)\qquad \frac{r}{X'^2}-\frac{t}{Y'^2}-\frac{mX''}{X'^3}p+\frac{nY''}{Y'^3}q+Lz=0,$$

où $m$, $n$, L désignent trois constantes, et $X'$, $Y'$, $X''$, $Y''$ les dérivées première et seconde de deux fonctions données X, Y, dépendant seulement, l'une de $x$ et l'autre de $y$. On aura ici

$$(12)\quad \left\{\begin{aligned} &R=\frac{1}{X'^2},\quad S=0,\quad T=-\frac{1}{Y'^2},\quad P=-\frac{mX''}{X'^3},\quad Q=\frac{nY''}{Y'^3},\\ &u=X-Y,\quad v=X+Y,\\ &S_1=2,\quad U=(1-m)\frac{X''}{X'^2}+(1-n)\frac{Y''}{Y'^2},\quad V=(1-m)\frac{X''}{X'^2}-(1-n)\frac{Y''}{Y'^2}.\end{aligned}\right.$$

» Si donc on suppose que $X'$, $Y'$, et par suite X, Y soient respectivement

$$(13)\quad X'=\frac{a}{1+\alpha x},\quad Y'=\frac{b}{1+\beta y},\quad X=\frac{a}{\alpha}\log(1+\alpha x),\quad Y=\frac{b}{\beta}\log(1+\beta y),$$

$a$, $b$, $\alpha$, $\beta$ désignant quatre constantes, la transformée (6), devenue intégrable, sera

$$(14)\quad 4\frac{d^2z}{du\,dv} - \left[(1-m)\frac{\alpha}{a} + (1-n)\frac{\beta}{b}\right]\frac{dz}{du} - \left[(1-m)\frac{\alpha}{a} - (1-n)\frac{\beta}{b}\right]\frac{dz}{dv} + Lz = 0.$$

» Dans le cas particulier où $\alpha = \beta = L = 0$, la proposée (11) n'est autre que l'équation classique des cordes vibrantes, et le mode de transformation qui la change en (14) se réduit précisément à celui dont se servent les auteurs d'analyse pour obtenir son intégrale sous forme finie $z = f(u) + f_1(v)$, ou $z = f(ax - by) + f_1(ax + by)$. »

PHYSIQUE. — *Quantité de magnétisme des électro-aimants.* Note de M. A. Cazin, présentée par M. Ed. Becquerel.

» J'ai appliqué la méthode que j'ai communiquée à l'Académie le 5 juin 1871 à la solution expérimentale du problème suivant :

» *Exprimer la quantité de magnétisme appliquée à chaque pôle d'un électro-aimant cylindrique, dont le noyau est un tube dépassant la bobine, en fonction de l'épaisseur e et du rayon r du tube, de l'intensité i du courant, des dimensions de la bobine.*

» Je rappelle le principe de cette méthode.

» L'électro-aimant est placé verticalement au-dessous d'un conducteur circulaire horizontal, suspendu à ma *balance électrodynamique*, de façon que le centre de ce conducteur soit sur l'axe de l'électro-aimant. On fait passer le même courant d'intensité $i$ dans la bobine et dans le conducteur de la balance, de manière qu'il y ait répulsion, et l'on mesure en poids cette répulsion.

» A chaque expérience, on commence par ôter la bobine du circuit en la remplaçant par un fil de même résistance, et par neutraliser l'action du noyau sur le conducteur de la balance à l'aide d'un conducteur annulaire, traversé par le courant, et fixé à une hauteur convenable au-dessous de l'électro-aimant. On évite ainsi les effets de l'induction exercée par le conducteur de la balance, ceux du magnétisme terrestre et ceux du magnétisme permanent du noyau.

» Lorsqu'on met ensuite la bobine dans le circuit, la répulsion observée est due à la bobine et au noyau. On en retranche la répulsion de la bobine seule mesurée séparément; la différence est la force F, due au magnétisme temporaire.

» En prenant les unités définies dans ma Note précédente, on calcule la quantité de magnétisme par la formule

$$m = 0{,}0017453\,\frac{F}{Pi}. \tag{1}$$

» Le coefficient numérique dépend de la disposition du conducteur de la balance. La quantité P est une fonction de la distance de l'électro-aimant à ce conducteur, et de la distance polaire du noyau, conforme aux lois des actions électromagnétiques. On la déduit expérimentalement des valeurs de F, observées pour diverses distances de l'électro-aimant, toutes choses égales d'ailleurs, et l'on s'en sert ensuite pour calculer la distance polaire.

» Mes premières expériences ont eu pour but de déterminer la quantité P pour les différents électro-aimants que je voulais employer, et pour des distances assignées. C'est ainsi que j'ai observé les faits suivants avec une première série de tubes de fer, ayant 42 centimètres de longueur, 8 centimètres de diamètre, et des épaisseurs croissant à partir de $\frac{1}{2}$ millimètre, puis avec une seconde série de tubes de mêmes dimensions, sauf le diamètre, qui était de 5 centimètres. Ces tubes dépassaient la bobine de 5 centimètres au moins à chaque extrémité.

» 1° Quand on rapproche l'électro-aimant du conducteur de la balance, la distance polaire du noyau augmente sensiblement.

» 2° La distance polaire augmente avec l'épaisseur du tube, jusqu'à ce que celle-ci ait atteint une certaine valeur, qui était de 5 millimètres avec ceux que j'employais.

» 3° Pour les tubes de même épaisseur et de diamètres différents, la distance polaire est sensiblement la même.

» 4° La distance polaire ne dépend pas de l'intensité du courant.

» Après ces expérieuces préliminaires, j'ai abordé la solution du problème proposé.

» *Influence des dimensions de la bobine.* — Lorsque le noyau dépasse suffisamment la bobine, la quantité de magnétisme est proportionnelle au nombre $s$ des spires, quel que soit leur diamètre. Ce résultat de la théorie est conforme aux observations, et il est admis généralement. On a donc

$$m = s\,\varphi(r, e, i). \tag{2}$$

» *Influence du diamètre du tube.* — J'ai placé dans la bobine successivement cinq tubes de même épaisseur, et ayant pour rayons

$$r = 40^{\text{mm}},\quad 35,\quad 30,\quad 25,\quad 20.$$

» J'ai trouvé que les forces F décroissaient en progression arithmétique, toutes choses égales d'ailleurs.

» Il résulte de la troisième observation faite plus haut que les quantités de magnétisme suivent la même loi, de sorte que

$$m = s(A + Bx)\psi(e, i), \tag{3}$$

A et B étant deux constantes.

» *Influence de l'intensité du courant.* — Quand on fait varier l'intensité $i$ seulement, on observe que les forces F se représentent par la formule

$$F = Pi A' \operatorname{arc\,tang} B'i. \tag{4}$$

» La constante A′ dépend de l'épaisseur et du rayon du tube; la constante B′ ne dépend que de l'épaisseur.

» Cette relation montre l'existence de la *limite d'aimantation* dont le noyau s'approche de plus en plus, quand on augmente l'intensité du courant.

» *Influence de l'épaisseur du tube.* — Quand on fait varier l'épaisseur $e$ seulement, on représente les résultats observés par la formule

$$F = PA'' e^{\frac{6}{5}} \operatorname{arc\,tang} \frac{B''}{e^{\frac{6}{5}}}. \tag{5}$$

La constante A″ dépend du rayon du tube et de l'intensité; la constante B″ ne dépend que de l'intensité.

» Les deux formules précédentes sont rassemblées dans la suivante

$$F = Pi D e^{\frac{6}{5}} \operatorname{arc\,tang} \frac{Ci}{e^{\frac{6}{5}}}. \tag{6}$$

La constante C est indépendante de toutes les variables considérées, tandis que D dépend du rayon du tube et du nombre des spires de la bobine.

» On trouve dans le tableau suivant le résumé de six séries d'expériences dans lesquelles on a fait varier $i$, $e$, $r$. L'accord du calcul et de l'observation semble satisfaisant, si l'on a égard au grand nombre de données expérimentales qui entrent dans le calcul.

» En évaluant l'épaisseur $e$ en millimètres, l'arc en secondes, l'intensité prise pour unité étant celle du courant qui décompose 9 milligrammes d'eau en une seconde, et la force F étant évaluée en décigrammes, on a pour les constantes

$$\log C = 1{,}90115$$

$$\log D = \begin{cases} \bar{2},66186 \text{ avec } r = 40^{\text{mm}}, \\ \bar{2},53970 \text{ avec } r = 25. \end{cases}$$

» On a inscrit dans le tableau les valeurs de P, dont on a fait usage.

| INTENSITÉ $i$ | $e = 0^{mm},45$ P = 0,2324 F | | $e = 0^{mm},75$ P = 0,2399 F | | $e = 1^{mm},80$ P = 0,2425 F | | $e = 4^{mm},7$ P = 0,2451 F | | $e = 9^{mm},0$ P = 0,2451 F | | $e = 40^{mm},0$ P = 0,2451 F | | RAYON $r$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Obs. | Calc. | Obs. | Calc. | Obs. | Calc. | Obs. | Calc. | Obs. | Calc. | Obs. | Calc. | |
| 0,007530 | 6,35 | 6,36 | 8,25 | 8,51 | 10,05 | 10,07 | 10,35 | 10,45 | » | » | 10,95 | 10,48 | $40^{mm}$ |
| 0,011664 | 11,6 | 11,61 | 17,1 | 17,17 | 23,2 | 23,32 | 25,3 | 24,96 | » | » | 26,64 | 25,14 | |
| 0,022063 | 25,6 | 25,25 | 40,5 | 42,14 | 71,5 | 73,29 | 88,0 | 87,80 | » | » | 91,75 | 90,0 | |
| 0,026355 | 30,6 | 30,92 | 49,8 | 52,79 | 95,5 | 98,41 | 124,1 | 124,0 | » | » | 132,25 | 128,6 | |
| 0,033508 | 42,1 | 40,39 | 69,0 | 70,67 | 139,9 | 143,5 | 197,9 | 196,6 | » | » | » | » | |
| 0,022063 | 18,8 | 19,06 | 31,4 | 31,81 | 49,5 | 52,84 | 66,1 | 66,1 | 69,5 | 67,54 | » | » | $25^{mm}$ |

» *Formule générale.* — La solution du problème proposé est donc

$$m = S(A + Br)\, e^{\frac{6}{5}} \operatorname{arc\,tang} \frac{Ci}{e^{\frac{6}{5}}}; \qquad (7)$$

les constantes A, B, C ne dépendant que des unités adoptées.

» En prenant pour unité de longueur le *décimètre*, pour unité de magnétisme celle qui, appliquée en un point, et agissant sur une égale quantité appliquée en un autre point à la distance de 1 *décimètre*, produit une force de 1 *décigramme à Paris*, et évaluant l'arc en secondes, on a

$$A = \frac{1}{10^4}\, 0{,}072582,$$

$$B = \frac{1}{10^4}\, 0{,}342654,$$

$$C = 0{,}317065.$$

On passe à l'unité de Gauss, en multipliant par 99067,87.

» La formule (7) convient aux noyaux pleins; il suffit de faire $e = r$.

» Si l'on suppose

$$s = 1, \quad e = r = 1, \quad i = 1,$$

on a

$$m_0 = (A + B) \operatorname{arc\,tang} C = 26{,}297. \qquad (8)$$

» Telle est *la quantité de magnétisme développée à chaque pôle d'un cylindre plein, ayant un rayon d'un décimètre, lorsqu'il est aimanté par un seul tour de fil, parcouru par un courant capable de dégager un milligramme d'hydrogène en une seconde.* C'est une nouvelle constante du magnétisme. »

ARÉOMÉTRIE. — *Étude sur les densités de l'acide chlorhydrique; par* **M. Kolb.**

« La plupart de nos constructeurs d'aréomètres sont aujourd'hui arrivés à donner à ces instruments une précision telle, qu'il est facile à l'observateur le moins exercé d'évaluer la densité d'un liquide avec une approximation de $\frac{1}{5}$ de degré Baumé.

» Mais cette précision reste sans valeur et sans intérêt chaque fois qu'on ne possède pas, en même temps qu'un aréomètre sensible, des données rigoureusement établies sur la relation entre la composition du liquide à essayer et sa densité à une température donnée.

» C'est le cas qui se présente encore actuellement pour l'acide chlorhydrique. Deux tables ont été dressées, il est vrai, pour établir cette relation : l'une par Davy, l'autre par le docteur Ure ; mais ces tables, quoique construites pour la même température (15 degrés centigrades) ne sont pas d'accord.

» Ainsi, pour un acide ayant pour densité 1,194, le docteur Ure assigne une composition de 39,6 gaz chlorhydrique pour 100, tandis que Davy n'indique que 38,8, ce qui fait 2 pour 100 de différence dans la teneur en gaz chlorhydrique.

» De même, pour un acide ayant pour densité 1,114, Davy indique 22,2 gaz chlorhydrique pour 100; et Ure donne 23,2. Il y a donc encore ici une divergence de 4 pour 100.

» En présence de ces faits, je me suis proposé de répéter pour l'acide chlorhydrique les essais densimétriques que j'avais entrepris pour l'acide azotique. (*Annales de Physique et de Chimie*, 4e série, t. X.) J'ai opéré sur de l'acide chlorhydrique pur : j'ai déterminé les densités aux températures zéro et 15 degrés au moyen d'un flacon de Regnault, en prenant toutes les précautions nécessaires pour avoir des résultats rigoureux et en ramenant au vide toutes les pesées.

» Après la prise de densité, le liquide même pesé dans le flacon a été analysé, et le gaz chlorhydrique dissous a été dosé à l'état de chlorure d'argent.

» En saturant avec du gaz chlorhydrique de l'eau maintenue à zéro, on obtient un liquide contenant jusqu'à 45,3 pour 100 de ce gaz, mais il est très-difficile d'en déterminer avec précision la densité. En effet, les travaux de MM. Roscoe et Dittmar nous apprennent que la proportion de gaz dissous varie non pas seulement avec la température, mais aussi avec la pression, et j'ai constaté à plusieurs reprises qu'un semblable liquide est tel-

lement instable, que le seul fait de remplir ou de vider le flacon, de le boucher ou de le déboucher, suffit pour provoquer une série de départs de bulles gazeuses, assez nombreuses pour ôter toute certitude à l'essai. Un semblable acide ne se présente du reste jamais dans la pratique, et je me suis borné à commencer ma série de recherches au liquide saturé de gaz à 15 degrés qui est beaucoup plus stable que le précédent.

» La détermination des densités d'un même échantillon à zéro et à 15 degrés, permet d'établir le coefficient de dilatation entre ces températures des acides plus ou moins dilués.

» Le coefficient de l'acide le plus concentré (43,09 HCl pour 100) est 0,058, c'est-à-dire 9 fois plus fort que celui de l'eau.

» Celui de l'acide commercial ordinaire (36,63 HCl pour 100 est 8 fois plus élevé que celui de l'eau. On conçoit donc qu'il y a une grande importance à tenir compte de la température dans les prises de degrés aréométriques; car, pour l'acide commercial, par exemple, le même acide marquant 22 degrés contiendra 35,7 ou 34,1 HCl pour 100, suivant qu'on a opéré à zéro ou à 15 degrés, ce qui constitue une différence de 4,5 pour 100 dans la richesse en gaz dissous.

» La table suivante indique les résultats que j'ai obtenus : j'ai tracé la courbe, et il est à remarquer que cette courbe est, depuis l'origine jusqu'à la densité 1,190 environ, une ligne parfaitement droite, dans laquelle se trouvent compris les acides types du commerce. Ce n'est que dans le voisinage de la densité 1,190 que la courbure se prononce.

» J'ai ensuite dressé, par interpolation, une table répondant aux exigences de l'industrie. Dans le commerce, on adopte, suivant les localités, tantôt l'acide à 20 degrés, tantôt celui à 21 degrés, tantôt enfin celui à 22 degrés comme type. J'ai donc fait figurer également ces trois types dans la partie de ma table, où tous les éléments sont rapportés à la température 15 degrés.

*Table pour les usages industriels.*

| Degré aréométrique. | Densité. | 100 parties contiennent, à 0°, HCl. | 100 parties contiennent, à 15°, HCl. | acide à 20°. | acide à 21°. | acide à 22°. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0....... | 1,000 | 0,0 | 0,1 | 0,3 | 0,3 | 0,3 |
| 1....... | 1,007 | 1,4 | 1,5 | 4,7 | 4,4 | 4,2 |
| 2....... | 1,014 | 2,7 | 2,9 | 9,0 | 8,6 | 8,1 |
| 3....... | 1,022 | 4,2 | 4,5 | 14,1 | 13,3 | 12,6 |
| 4....... | 1,029 | 5,5 | 5,8 | 18,1 | 17,1 | 16,2 |
| 5....... | 1,036 | 6,9 | 7,3 | 22,8 | 21,5 | 20,4 |

| Degré aréométrique. | Densité. | 100 parties contiennent, à 0°, HCl. | 100 parties contiennent, à 15°, HCl. | acide à 20°. | acide à 21°. | acide à 22°. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6....... | 1,044 | 8,4 | 8,9 | 27,8 | 26,2 | 24,9 |
| 7....... | 1,052 | 9,9 | 10,4 | 32,6 | 30,7 | 29,1 |
| 8....... | 1,060 | 11,4 | 12,0 | 37,6 | 35,4 | 33,6 |
| 9....... | 1,067 | 12,7 | 13,4 | 41,9 | 39,5 | 37,5 |
| 10....... | 1,075 | 14,2 | 15,0 | 46,9 | 44,2 | 42,0 |
| 11....... | 1,083 | 15,7 | 16,5 | 51,6 | 48,7 | 46,2 |
| 12....... | 1,091 | 17,2 | 18,1 | 56,7 | 53,4 | 50,7 |
| 13....... | 1,100 | 18,9 | 19,9 | 62,3 | 58,7 | 55,7 |
| 14....... | 1,108 | 20,4 | 21,5 | 67,3 | 63,4 | 60,2 |
| 15....... | 1,116 | 21,9 | 23,1 | 72,3 | 68,1 | 64,7 |
| 16....... | 1,125 | 23,6 | 24,8 | 77,6 | 73,2 | 69,4 |
| 17....... | 1,134 | 25,2 | 26,6 | 83,3 | 78,5 | 74,5 |
| 18....... | 1,143 | 27,0 | 28,4 | 88,9 | 83,8 | 79,5 |
| 19....... | 1,152 | 28,7 | 30,2 | 94,5 | 89,0 | 84,6 |
| 19,5..... | 1,157 | 29,7 | 31,2 | 97,7 | 92,0 | 87,4 |
| 20 ...... | 1,161 | 30,4 | 32,0 | 100,0 | 94,4 | 89,6 |
| 20,5..... | 1,166 | 31,4 | 33,0 | 103,3 | 97,3 | 92,4 |
| 21....... | 1,171 | 32,3 | 33,9 | 106,1 | 100,0 | 94,9 |
| 21,5..... | 1,175 | 33,0 | 34,7 | 108,6 | 102,4 | 97,2 |
| 22....... | 1,180 | 34,1 | 35,7 | 111,7 | 105,3 | 100,0 |
| 22,5..... | 1,185 | 35,1 | 36,8 | 115,2 | 108,6 | 103,0 |
| 23....... | 1,190 | 36,1 | 37,9 | 118,6 | 111,8 | 106,1 |
| 23,5..... | 1,195 | 37,1 | 39,0 | 122,0 | 115,0 | 109,2 |
| 24....... | 1,199 | 38,0 | 39,8 | 124,6 | 117,4 | 111,4 |
| 24,5..... | 1,205 | 39,1 | 41,2 | 130,0 | 121,5 | 115,4 |
| 25....... | 1,210 | 40,2 | 42,4 | 132,7 | 125,0 | 109,0 |
| 25,2..... | 1,212 | 41,7 | 42,9 | 134,3 | 126,6 | 120,1 |

*Résultats donnés par l'expérience.*

| 100 parties contiennent HCl. | Densités à 0°. | à 15°. |
|---|---|---|
| 2,22 | 1,0116 | 1,0103 |
| 3,80 | 1,0202 | 1,0189 |
| 6,26 | 1,0335 | 1,0310 |
| 11,02 | 1,0581 | 1,0557 |
| 15,20 | 1,0802 | 1,0751 |
| 18,67 | 1,0988 | 1,0942 |
| 20,91 | 1,1101 | 1,1048 |
| 23,72 | 1,1258 | 1,1196 |
| 25,96 | 1,1370 | 1,1308 |

| 100 parties contiennent HCl. | Densité. | |
|---|---|---|
| | à 0°. | à 15°. |
| 29,72 | 1,1569 | 1,1504 |
| 31,50 | 1,1666 | 1,1588 |
| 34,24 | 1,1806 | 1,1730 |
| 36,63 | 1,1931 | 1,1844 |
| 38,67 | 1,2026 | 1,1938 |
| 40,51 | 1,2110 | 1,2021 |
| 41,72 | 1,2165 | 1,2074 |
| 43,09 | 1,2216 | 1,2124 |

ASTRONOMIE MÉTÉORIQUE. — *Sur les relations qui existent entre les aurores polaires, les protubérances et taches solaires et la lumière zodiacale.* Note de M. H. TARRY, présentée par M. Ch. Sainte-Claire Deville.

« L'état avancé de la science et les moyens nouveaux d'investigation dont elle dispose depuis quelques années permettent d'espérer que l'on trouve enfin une explication satisfaisante du mystérieux phénomène des aurores polaires, « de cette énigme, dont il faut à tout prix trouver le mot », comme le dit M. le Président de l'Académie, dans une des dernières séances.

» L'élan a d'ailleurs été donné par l'apparition, sur tout un hémisphère, de la magnifique aurore du 4 février dernier; car, dans la seule séance du 19, quatre théories différentes sur l'origine des aurores polaires ont été présentées à l'Académie.

» De nouveaux faits étant venus confirmer celle que j'ai cru pouvoir formuler (1) en coordonnant les travaux faits dans ces dernières années, je demande la permission de les faire connaître.

» Grâce à l'entente qui existe entre les astronomes des divers observatoires, notamment en Italie, pour l'observation spectroscopique de la lumière solaire, l'opinion qui fait remonter aux phénomènes d'activité extraordinaire de notre astre central l'origine des aurores polaires peut s'appuyer sur des faits nombreux et précis.

» Le mois de février 1872 a été remarquable, à la fois, par le grand nombre d'aurores polaires qui ont été signalées en Europe et par une augmentation notable de l'activité solaire. D'après les observations de M. Tacchini, voici les résultats qui ont été obtenus à Palerme pour le nombre des taches et des trous de la surface solaire (2).

---

(1) *Comptes rendus*, t. LXXIV, p. 549.

(2) *Gazetta di Palermo*, 2 mars 1872.

| Février 1872. | Taches. | Trous. |
|---|---|---|
| 1....... | 21 | 65 |
| 2....... | 24 | 70 |
| 5....... | 16 | 102 |
| 6....... | 16 | 79 |
| 7....... | 21 | 50 |
| 9....... | 16 | 24? |
| 13....... | 13 | 36 |
| 14....... | 14 | 26? |
| 17....... | 11 | 17 |
| 18....... | 5 | 24 |
| 19....... | 4 | 13 |
| 20....... | 4 | 10 |
| 25....... | 17 | 42 |
| 28....... | 22 | 63 |
| 29....... | 18 | 74 |
| Moyenne..... | 15 | 46 |

» On voit, par ce tableau, qu'il y a eu deux *maxima* en février; le premier a coïncidé avec la belle aurore boréale du 4 février, le second avec une autre belle aurore qui a été observée les 27 et 28 février à Gênes, Mondovi et Moncalieri.

» Le 28 février, au matin, l'astronome Tacchini a pu profiter d'une courte éclaircie pour mesurer la grandeur des divers groupes de taches, et il a trouvé qu'elle correspondait à 58 $\frac{1}{2}$ fois la surface du globe terrestre.

» Pour M. Tacchini, pas plus que pour le P. Denza, il n'est douteux que les aurores que l'on observe sur la terre ne soient intimement liées aux phénomènes qui se produisent sur le Soleil, et, dès le 23 avril 1871, dans une conférence publique tenue à Palerme, il développait cette opinion que « nos aurores polaires ne sont autre chose, au moins dans le plus grand » nombre des cas, qu'un phénomène d'induction électrique dû aux » grandes aurores qui se produisent sur le Soleil. »

» Dans l'année qui vient de s'écouler, du 1er mars 1871 au 1er mars 1872, M. Tacchini a observé à Palerme et dessiné près de *trois mille* protubérances solaires, réparties sur 178 jours d'observations; les faits ainsi accumulés sont venus confirmer l'opinion qu'il a exprimée il y a un an. Car, en traçant la courbe de variation des taches et protubérances et la comparant aux apparitions de 75 aurores polaires notées pendant le même intervalle, il a mis en évidence une relation incontestable entre ces phénomènes.

» Sur ces 75 aurores, 43 ont été vues en Italie et 10 à Palerme, et si on en a vu presque une par mois dans une station placée d'une manière si défavorable, c'est précisément parce que leur observation n'est pas due au hasard, M. Tacchini ayant, en quelque sorte, prédit leur apparition d'après l'aspect que le Soleil présentait dans la journée.

» Sur 42 aurores polaires qui correspondent à des observations spectroscopiques solaires dans l'intervalle précité, il n'y en a que 7 qui n'étaient

pas accompagnées de protubérances, explosions, ou autres phénomènes indiquant une activité solaire extraordinaire.

» Tous ces faits sont de nature à rendre extrêmement probable la relation de cause à effet qui paraît exister entre ces deux sortes de phénomènes terrestres et solaires; il reste seulement à définir le mode suivant lequel cette influence solaire se propage jusqu'à notre globe pour produire ces *orages magnétiques* dont l'aurore polaire est la manifestation lumineuse.

» J'ai indiqué les débris de comètes, comme le milieu qui sert à cette propagation à travers les espaces interplanétaires. M. Tacchini indique de son côté la *lumière zodiacale*, cette grande nébulosité qui entoure le Soleil sous forme d'un anneau lenticulaire et s'étend jusqu'à la terre.

» Les deux opinions se confondent et s'accordent même avec la théorie de M. Silbermann, si l'on admet que la lumière zodiacale est formée précisément de cette matière que les comètes abandonnent dans le voisinage de leur périhélie et qui, lorsque leur queue est traversée par la terre, nous apparaît sous forme d'étoiles filantes.

» En fait, l'observation constate que les apparitions d'aurores polaires coïncident avec une extension remarquable de la lumière zodiacale. Le directeur de l'observatoire de Gênes, M. Garibaldi, a en effet remarqué que la lumière zodiacale avait une splendeur inusitée pendant les soirées des 31 janvier, 1, 2 et 3 février dernier qui ont précédé la magnifique aurore du 4 février, ainsi que pendant les soirées des 26 et 27 février, précisément au moment où on observait dans l'Italie septentrionale une belle aurore polaire et en Sicile une recrudescence dans les phénomènes d'activité solaire.

» Dominique Cassini avait, d'ailleurs, remarqué que les variations de la lumière zodiacale sont liées à l'apparition des taches solaires, de telle sorte, par exemple, qu'il y aurait eu dépendance directe et non pas seulement coïncidence fortuite entre la faiblesse de la lumière zodiacale en 1688 et l'absence de toute tache ou facule sur le disque solaire de cette même année (1).

» Rappelons d'un autre côté l'observation si intéressante que M. Colla, directeur de l'observatoire de Parme a adressée à l'Académie des Sciences, en 1846 (2), et d'après laquelle il se produit *constamment*, dans la direction du méridien magnétique, une lueur singulière, analogue à la lumière zodia-

(1) *Mémoires de l'Académie des Sciences* avant 1789, tome VIII, page 209.

(2) *Comptes rendus*, 1845, tome XX, page 323.

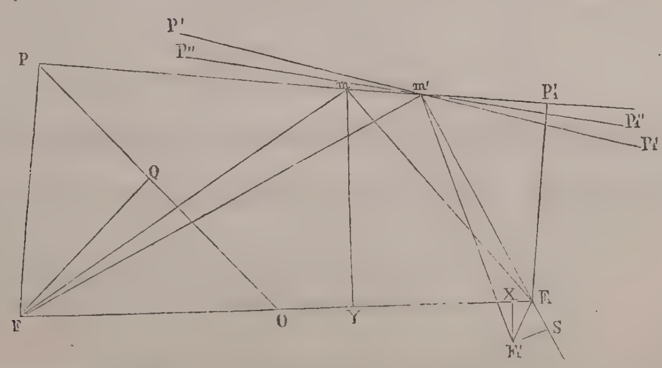
cale, ayant la forme d'une zone parallèle à l'horizon, large de 10 à 12 degrés, et dont l'intensité augmente avec les perturbations de l'aiguille aimantée; lumière magnétique dont les aurores polaires ne seraient, suivant M. l'abbé Moigno (1), qu'une exagération périodique.

» Enfin M. Respighi a annoncé récemment à l'Académie qu'il avait pu identifier le spectre de la lumière zodiacale avec celui de l'aurore polaire, et que « ce spectre continu était donné également par la faible lumière qui » éclairait le ciel dans tous les azimuts et à toutes les hauteurs, partout » aussi distinct que sur la lumière zodiacale » (2).

» Il est probable que ce spectre pourrait être observé très-fréquemment lorsque les circonstances atmosphériques sont favorables, et tous ces faits ne permettent plus de douter de l'origine *cosmique* des aurores polaires. »

## MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Théorie géométrique du mouvement des Planètes.* Note de **M. H. Resal**, présentée par M. Delaunay.

« Cette Note a pour principal objet de faire voir comment la considération de l'accélération conduit simplement aux formules données par Lagrange, dans sa *Théorie géométrique du mouvement des Aphélies* (*Œuvres de Lagrange*, t. V).




» 1° *Mouvement elliptique.* — Soient

$a, b, c, 2p = \frac{2b^2}{a}$, T, $K = \pi\frac{ab}{T}$ le grand axe, le petit axe, l'excentricité, le paramètre de l'orbite, la durée d'une révolution et l'aire décrite par le rayon vecteur dans l'unité du temps;

---

(1) *Répertoire d'optique moderne*, par l'abbé Moigno, tome II, page 410.

(2) *Comptes rendus*, tome LXXIV, page 515.

F le centre du Soleil, $F_1$ le second foyer, O le centre de l'ellipse, FP la perpendiculaire abaissée de F sur la tangente en $m$;

$v$, $w$, $u$ la vitesse et ses composantes suivant $Fm = r$ et sa perpendiculaire;

$\varphi$ l'accélération de la planète, $\varphi'$ et $\varphi''$ ses composantes tangentielle et normale.

» Dans un Traité de Mécanique élémentaire, publié en 1852, j'ai démontré géométriquement que $\varphi$ est dirigée suivant $m$F, et que l'on a

$$(1) \qquad v = \frac{2K}{FP},$$

$$(2) \qquad u = \frac{2K}{r},$$

$$(3) \qquad \varphi = 4\frac{aK^2}{b^2}\frac{1}{r^2} = 4\pi^2\frac{a^3}{T^2}\frac{1}{r^2} = \frac{\mu}{r^2},$$

d'où, par l'élimination de K entre (2) et (3),

$$p = \frac{u^2}{\varphi}.$$

On peut ainsi construire géométriquement le paramètre connaissant la vitesse en grandeur et en direction pour une position déterminée de la Planète. On a aussi, en éliminant K entre (1) et (2),

$$(4) \qquad p = \frac{v\overline{FP}^2}{r^2\varphi} = \frac{v^2}{\mu}\overline{FP}^2.$$

Soit Q la projection de F sur le diamètre PO qui est parallèle à $Fm_1$; on a

$$\overline{OF}^2 = \overline{FP}^2 + a^2 - 2a\,PQ, \quad \overline{OF}^2 = a^2 - b^2 = a^2 - ap,$$

d'où

$$a = \frac{\overline{FP}^2}{2PQ - p}.$$

Une construction géométrique simple fait connaître la position O, et l'ellipse est complétement déterminée.

» La similitude des triangles PF$m$, PFQ donne

$$PQ = \frac{\overline{PF}^2}{r},$$

d'où, en vertu de (4),

$$(5) \qquad a = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu}}.$$

» 2° *Mouvement troublé.* — Supposons que $m$ reçoive, en outre de $\varphi$, une accélération $\Psi$ constamment comprise dans le plan déterminé par $v$ et F; la trajectoire restera plane. Considérons l'ellipse que décrirait $m$ si tout à coup $\Psi$ venait à s'annuler; cette ellipse se construira comme on vient de l'indiquer. Au bout du temps $dt$, ou lorsque le mobile sera venu en $m'$, les éléments de l'ellipse auront éprouvé des variations que nous allons déterminer.

» Nous remarquerons, en premier lieu, que $dr = w\,dt$, $m\widehat{\mathrm{F}m'} = \frac{u}{r}\,dt$ ont les mêmes valeurs que $m$ se meuve sur l'ellipse ou sur l'orbite troublée, et l'on a

$$dv = (\varphi' + \Psi')\,dt,$$

$\Psi'$ étant la composante tangentielle de $\Psi$.

» L'équation (1) donne

$$da = -\frac{d\frac{1}{r} - 2\frac{v}{\mu}\,dv}{\left(\frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu}\right)^2} = 2a^2\left(-d\frac{1}{r} + \frac{\varphi'}{\mu}\right)dt + 2a^2\frac{v}{\mu}\Psi'\,dt.$$

» Le premier terme de cette expression est nul, puisqu'il n'est autre chose que la variation qu'éprouverait $a$ si $m$ restait sur l'ellipse; donc

$$da = 2\frac{a^2}{\mu}\Psi' v\,dt = 2\frac{\Psi'}{\varphi}\frac{a^2}{r^2}v\,dt. \tag{6}$$

» Soient maintenant $\mathrm{P}'m'\mathrm{P}_1$, $\mathrm{P}''m'\mathrm{P}''_1$ les tangentes en $m'$ à l'orbite troublée et à ellipse en ce point; $\mathrm{F}'_1$ le second foyer de cette ellipse, S sa projection sur $m\mathrm{F}_1$. On a

$$m'\mathrm{F} + m'\mathrm{F}_1 = 2a, \quad m'\mathrm{F} + m'\mathrm{F}'_1 = 2a + 2\,da,$$

d'où

$$\mathrm{F}_1\mathrm{S} = m'\mathrm{F}'_1 - m'\mathrm{F}_1 = 2\,da.$$

» On a aussi

$$\mathrm{F}'_1\widehat{m'}\mathrm{P}_1 = \mathrm{F}'_1\widehat{m'}\mathrm{P}'_1 + \mathrm{P}_1\widehat{m'}\mathrm{P}'_1 = \mathrm{F}\widehat{m'}\mathrm{P}' + \mathrm{P}_1\widehat{m'}\mathrm{P}'_1 = \mathrm{F}\widehat{m'}\mathrm{P} + 2\,\mathrm{P}_1\widehat{m'}\mathrm{P}'_1,$$

et de même

$$\mathrm{F}_1\widehat{m'}\mathrm{P}_1 = \mathrm{F}\widehat{m'}\mathrm{P} + 2\,\mathrm{P}_1\widehat{m'}\mathrm{P}''_1,$$

d'où

$$\mathrm{F}'\widehat{m'}\mathrm{F}_1 = 2(\mathrm{P}_1\widehat{m'}\mathrm{P}'_1 - \mathrm{P}_1\widehat{m'}\mathrm{P}''_1).$$

Si $\Psi''$ est la composante normale de $\Psi$, on sait que

$$v \frac{\widehat{P_1 m' P'_1}}{dt} = \varphi'' + \Psi'', \quad v \frac{\widehat{P_1 m' P''_1}}{dt} = \varphi'',$$

par suite

$$F'_1 m F_1 = 2 \frac{\Psi''}{v^2} v \, dt;$$

mais (5) donne

$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) = \frac{\varphi r}{a} m F_1;$$

on a donc

$$F'_1 m' F_1 = 2 \frac{\Psi''}{\varphi} \frac{a}{r m F_1} v \, dt$$

et

$$F_1 s = 2 \frac{\Psi''}{\varphi} \frac{a}{r} v \, dt.$$

» Soient X, Y les projections de $F'_1$ et $m$ sur $FF_1$; on a

$$F_1 X = -2 \, dae = F'_1 S \sin m FY - F_1 S \cos m FY.,$$

d'où

(7) $$dae = \frac{a}{r}\left(-\frac{\Psi''}{\varphi} \frac{mY}{mF_1} + 2 \frac{\Psi'}{\varphi} \frac{a}{r} \frac{FY}{mF_1}\right) v \, dt.$$

» Soit $d\omega = F_1 \widehat{FF'_1} = \frac{F_1 X}{2 OF}$ la variation de la longitude du périhélie; on a

$$F'_1 X = F' S \cos m FY + F_1 \sin m FY,$$

et enfin

(8) $$d\omega = \frac{a}{r}\left(\frac{\Psi''}{\varphi} \frac{FY}{mF_1} + 2 \frac{\Psi'}{\varphi} \frac{a}{r} \frac{mY}{mF_1}\right) \frac{v}{OF} \, dt.$$

» Les équations (6), (7), (8) permettent notamment de résoudre, d'une manière très-simple, le problème du mouvement d'une planète dans un milieu résistant (Poisson).

» Si $\Psi$ n'est pas constamment comprise dans le plan $FmP$, en considérant sa composante dans ce plan, on rentre dans le cas précédent. L'autre composante déplacera la ligne des nœuds et fera varier l'inclinaison de l'ellipse sur un plan fixe. La composition des rotations fait facilement connaître ces deux variations. »

PHYSIQUE. — *Expériences acoustiques tendant à démontrer que la translation d'un corps en vibration donne lieu à une onde d'une longueur différente de celle que produit le même corps vibrant dans une position fixe.* Note de **M. A.-M. Mayer,** présentée par M. Delaunay.

*L'appareil.*

« Après m'être procuré quatre diapasons à fourchette appuyés sur des caisses résonnantes et donnant la note $ut^3 = 256$ vibrations complètes par seconde, je les ai désignés par les n$^{os}$ 1, 2, 3, 4. J'ai mis à l'unisson parfait les n$^{os}$ 1 et 2 d'après un procédé que j'indiquerai plus tard. N° 1 fut placé devant une lanterne magique; une petite balle de bon liége (6 millimètres de diamètre), suspendue par un filament de soie, effleurait une de ses branches; l'image du diapason et de la balle de liége fut projetée sur un écran. N° 3 avait l'extrémité d'une de ses branches chargée de cire, de manière à donner deux battements par seconde avec n° 1 ou n° 2.

» N° 4 avait les extrémités de ses branches limées et donnait aussi deux battements par seconde avec n° 1 ou n° 2; ainsi, n° 4 faisait deux vibrations par seconde de plus que n° 1, tandis que n° 3 faisait deux vibrations par seconde de moins que n° 1.

*Les expériences.*

» Dans les expériences 1 à 7 inclusivement, le diapason n° 1 reste devant la lanterne, la balle de liége effleurant une de ses branches.

» *Exp.* 1. — Diapason n° 2, attaché à sa caisse et tenu à la main est mis en vibration à une distance de 30 à 60 pieds du n° 1; la balle est écartée de la branche du diapason n° 1 qui vibre à l'unisson avec n° 2.

» *Exp.* 2. — Je me suis placé à une distance de 30 pieds du n° 1, tenant le diapason n° 2 détaché dans une main et sa caisse dans l'autre. Alors, j'ai fait vibrer le diapason et je me suis dirigé rapidement vers le n° 1. Lorsque mon mouvement fut devenu uniforme, je posai le diapason sur sa caisse, et l'ôtai avant de m'arrêter. Bien que je n'aie été éloigné du diapason n° 1 que d'un pied à peu près, la balle de liége resta en contact avec la branche du diapason.

» *Exp.* 3. — Je me suis approché de nouveau du diapason n° 1 comme dans l'expérience 2, mais sans ôter le diapason de sa caisse après l'avoir attaché. La balle ne bougea pas jusqu'au moment où je m'arrêtai; mais à ce moment même mon assistant qui tenait l'oreille près de la caisse tandis qu'il observait l'écran, entendit vibrer le diapason n° 1 et vit sauter la balle de liége.

» *Exp.* 4 *et* 5. Je me suis éloigné du diapason n° 1 au lieu de m'en approcher. Le résultat a été le même que dans les exp. 2 et 3.

» *Exp.* 6. — J'ai fait vibrer, comme dans l'exp. 1, le diapason n° 3, qui faisait 254 vibrations par seconde. La balle ne bougea point. Alors j'ai détaché le diapason de sa caisse, et, me mettant à une distance de 30 pieds du diapason n° 1, j'ai balancé la caisse dans la main vers n° 1, mettant n° 3 dessus quand elle approchait n° 1 avec la vitesse convenable (8-9 pieds par seconde). La balle fut subitement rejetée de n° 1. Si l'on ralentit ou accélère considérablement le mouvement de va et vient de la caisse, les vibrations de n° 3 ne produiront aucun effet sur n° 1.

*Exp.* 7. — Le diapason n° 4, qui fait deux vibrations par seconde de plus que n° 1, fut substitué à celui employé dans l'exp. 6, mais, placé sur la caisse en mouvement, quand celle-ci s'éloignait de n° 1. Le résultat de ce mouvement et des changements effectués dans la vitesse fut le même que dans l'exp. 6.

» *Exp.* 8. — J'ai placé le diapason n° 3 devant la lanterne et balancé le n° 1 comme dans l'exp. 7, avec le même résultat.

» *Exp.* 9. — J'ai placé le diapason n° 4 devant la lanterne et balancé le n° 1 comme dans l'exp. 6. Le résultat fut le même que dans l'exp. 6.

» Voici les moyens simples dont je me sers pour montrer le changement dans la longueur de l'onde, opéré par la translation du corps en vibration. Par analogie, ils expliquent nettement la méthode moderne employée pour déterminer les mouvements d'un corps céleste par les variations dans la réfrangibilité de ses rayons, mouvements qu'il est souvent impossible de déterminer par aucun autre moyen. Donc, il me semble à propos de signaler les conditions difficiles qu'il faut remplir pour obtenir la perfection d'expériences qui élucident si heureusement la nature de ces beaux problèmes qui s'offrent à l'observation spectrale, tandis qu'elles apportent la démonstration expérimentale du théorème important, établi par Doppler, en 1841.

» Il est surtout essentiel que les dispasons 1 et 2 soient réellement à l'unisson. Il peut arriver que deux diapasons qui vibrent ensemble ne donnent pas de battements perceptibles, ou qu'ils se coërcent dans une oscillation mutuelle forcée, et qu'ils fassent ainsi le même nombre de vibrations; mais on peut détruire l'égalité en les faisant vibrer séparément. Le procédé que j'ai adopté est le suivant. On prend trois diapasons, censés faire le même nombre de vibrations dans un temps donné. On les supporte sur des tubes de caoutchouc pour les isoler. Ensuite on charge un des dia-

pasons de manière qu'il fasse deux ou trois battements par seconde, avec l'un des deux qu'on veut mettre à l'unisson exact. On détermine l'intervalle de temps qui s'écoule entre vingt ou trente de ces battements à l'aide d'un chronographe. (Le chronomètre à pointage de Casella sert très-bien). On détermine l'intervalle entre le même nombre de battements avec le second diapason, et, s'il diffère de celui obtenu avec le premier, on charge de cire le diapason qui vibre plus rapidement jusqu'à ce qu'il fasse le même nombre de battements que le plus lent. Après avoir soigneusement ajusté les diapasons, je n'ai pas trouvé la moindre difficulté à faire remuer la balle dans l'exp. 1 à une distance de 60 pieds, et je crois qu'à une distance de 100 pieds, l'effet aurait été le même. La balle de liége doit être sphérique, pour qu'elle ne fasse plus que toucher le diapason; le filament qui la soutient ne doit être composé que de une ou deux fibres de soie crue. Il faut rendre le liége aussi lisse que possible et ensuite le vernir. Cette précaution est importante, parce que le vernis enveloppe la balle d'une couche ferme sans en augmenter sensiblement le poids, et couvre très-bien les petites aspérités élastiques qui, autrement, feraient l'office de la répulsion. Aucun physicien n'aura de difficulté à répéter ces expériences après avoir rempli les conditions précédentes.

» Une machine a été inventée à l'aide de laquelle on peut communiquer un mouvement uniforme de translation au diapason; c'est avec cette machine que je me propose de faire une étude quantitative des phénomènes, en employant un appareil essentiellement semblable dans son action à celui que je viens de décrire.

» On peut substituer à la balle de liége un petit miroir plan tenu entre deux fibres verticales tendues, et effleurant le diapason. Le mouvement du rayon réfléchi du miroir à l'écran indique admirablement les vibrations du diapason. Cet artifice ingénieux et très-délicat est dû au professeur O. N. Rood, de Columbia Collège New-York, qui l'a employé le premier dans un discours public tenu à New-York, le 28 décembre dernier. Nous avons cependant trouvé l'usage de la balle de liége plus convenable et assez délicat pour nos expériences.

*Rapports numériques quantitatifs dans les expériences et faits analogues dans les phénomènes de la lumière.*

» Le diapason $ut_3$, n° 1, fait 256 vibrations complètes par seconde, tandis que le diapason n° 3 en fait 254, ce qui fait la longueur de leurs

ondes respectivement 4,367 et 4,401 pieds. Désignons la première par $\lambda$ et la seconde par $\lambda'$. Prenons à 1118 pieds par seconde la vitesse du son à 60 degrés Fahr. Or

256 vibrations dans 1118 pieds donnent................ $\lambda = 4,367$
254 vibrations dans $1118 - 2\lambda (= 1109,266)$ donnent.... $\lambda' = 4,367$

» Comme la vitesse de propagation des vibrations et $\lambda$ sont identiques dans l'un et l'autre, il en résulte que $n \frac{V}{\lambda}$, le nombre de vibrations par seconde est le même, et, pour cette raison, 256 vibrations d'un corps fixe produiront le même effet sur une surface distante que 254 vibrations d'un corps qui approche cette surface avec une vitesse de $2\lambda$, ou de 8,734 pieds par seconde; ce qui est la vitesse que nous avions communiquée au diapason dans l'exp. 6.

» Nous examinerons maintenant les phénomènes analogues de la lumière. Supposons que le diapason n° 1, qui fait 256 vibrations par seconde, fasse 595 millions de millions de vibrations, le nombre propre au rayon $D_1$ du spectre. Alors le diapason n° 3 représentera 590 millions de millions de vibrations par seconde, ce qui nous donnera une longueur d'onde 0000042 mm. plus grande que celle de $D_1$ et qui correspond à peu près à la ligne de fer située 42 div. au-dessous de $D_1$ dans le dessin d'Angström.

» Nous avons vu que le diapason n° 3, donnant 254 vibrations par seconde, devait arriver à l'oreille avec une vitese de 8,734 pieds, pour produire la note due à 256 vibrations par seconde émanant d'un point fixe; de même, une étoile dont le rayon vibre 590 millions de millions de fois, devra arriver à l'œil avec une vitesse de 28470 milles par seconde, pour donner la couleur produite quand le rayon $D_1$ procède d'une flamme stationnaire. »

ZOOLOGIE. — *Note sur les draguages exécutés dans la fosse du Cap-Breton durant l'année* 1871. Note de **MM. P. Fischer** et **L. de Folin**, présentée par M. Blanchard.

« Nous avons continué, dans le courant de l'année 1871, l'exploration bathymétrique de la fosse du Cap-Breton, commencée en 1870, et dont nous avons communiqué à l'Académie les premiers résultats.

» Les draguages, durant cette nouvelle campagne, ont été opérés sur trente-deux points et répétés plusieurs fois sur chaque point à des profondeurs comprises entre 24 et 220 brasses.

» Il serait difficile de donner ici un aperçu de toutes les espèces recueillies et dont le nombre est considérable; nous ne pouvons qu'indiquer en général, et pour chaque classe d'animaux, les faits les plus importants que nous avons constatés.

» 1° Les draguages opérés à de petites profondeurs, et spécialement de 24 à 35 brasses, ont présenté une faune uniforme de mollusques, caractérisée par une trentaine d'espèces qu'on retrouve sur tous les points où cette profondeur a été atteinte.

» *Gastéropodes*. — Dischides bifissus, Dentalium novemcostatum, Cyclostrema striatum, Cylichna cylindracea, C. umbilicata, C. nitidula, C. acuminata, Bullæa scabra, Ringicula buccinea, Tornatella fasciata, Chemnitzia rufa, Natica Alderi, Triforis perversa, Rissoa vitrea, inconspicua, costata, Odostomia spiralis, etc.

» *Acéphalés*. — Pandora obtusa, Venus gallina, Syndesmya prismatica, Tellina fabula, Solen pellucidus, Corbula nucleus, Montacuta bidentata, ferruginosa, Circe minima, Crenella Petagnæ, Psammobia Ferrœensis, Lucina flexuosa, Nucula nucleus, etc.

» *Brachiopodes*. — Argiope cistellula.

» *Crustacés*. — A ces profondeurs, les Crustacés sont extrêmement abondants : Pagurus lævis, P. Hyndmanni, Galathea rugosa, Corystes dentatus, Porcellana n. sp., Ebalia n. sp., Eurynome aspera, Pilumnus hirtellus, Nika n. sp., Crangon trispinosus, et un certain nombre d'espèces du groupe intéressant des Diastylidæ, considérés longtemps comme des larves, et appartenant aux genres Diastylis, Cuma, Bodotria. Les Amphipodes sont nombreux et variés; les Isopodes sont représentés par des Anthura.

» *Annélides* (1). — Les amas de Sabellaires constituent presque entièrement le fond atteint dans un draguage opéré par 28 brasses (phare de Biarritz S. 23. O, balize du Cap-Breton E. 15. S.). Les autres vers appartiennent aux genres Serpula, Nereis, Syllis, Phyllodoce, Aphrodite, etc.

» Mentionnons enfin, dans les autres classes zoologiques : des Sertularia, Aglaophenia, Tubularia; quelques Echinus jeunes et des Ophiures; des Tubulipora, Cellepora, Crisia; des Miliola, Orbulina, Polystomella, Spiroloculina, Cristellaria, etc.

» 2° De 40 à 90 brasses, la faune change d'aspect par suite de l'apparition d'espèces qu'on n'avait pas trouvées à des profondeurs moindres, et surtout par l'existence de groupes zoologiques différents.

---

(1) Nous devons la détermination des Annélides à l'obligeance de M. L. Vaillant.

» *Mollusques.* — Les plus remarquables sont : Galeomma Turtoni, Venus ovata, Lucina spinifera, Tellina serrata, Ostrea cochlear, Solarium fallaciosum, Pleurotoma striolata, attenuata, brachystoma, etc. Dans les roches du Champ-des-Vaches et Duprat, qui sont composées d'un grès quartzeux bleuâtre (1), vivent les Saxicarva rugosa, Gastrochæna modiolina, Pholadidea papyracea, Kellia suborbicularis; et à leur surface s'épanouissent de nombreuses colonies de Brachiopodes : Argiope decollata, Megerlia truncata, Terebratula cranium, Terebratulina caput serpentis, Crania anomala; mais l'espèce la plus curieuse de ce groupe est le Platidia Davidsoni, qui offre exactement l'aspect d'un Anomia, par suite de la perforation de sa valve dorsale, et qu'on n'avait encore rencontré que bien rarement dans les fonds coralligènes de la Méditerranée.

» *Coralliaires.* — Avec les Brachiopodes vivent un certain nombre de Coralliaires : Paracyathus striatus (Polypier de la Méditerranée), Muricea placomus, belle Gorgone qui n'a jamais été recueillie sur nos côtes; des Gorgonia, Alcyonium, Zoanthus. Les Polypiers flottants sont représentés par le Veretillum pusillum, espèce connue seulement sur les côtes de Sicile.

» *Crustacés.* — Inachus scorpio, Stenorhynchus longirostris, Portunus holsatus, Anthura. Parmi les Cirrhipèdes, Verruca stromia et Pyrgoma anglicum, développé dans tous les Polypiers.

» *Annélides.* — Espèces nombreuses des genres Trophonia, Pectinaria, Serpula, Sipunculus, Aspidosiphon; de beaux exemplaires du Sternaspis thalassemoides; un magnifique Serpula : S. echinata, de la Méditerranée.

» *Bryozoaires.* — Dans cette zone, les Bryozoaires sont très-développés en espèces : Crisia eburnea, Discoporella hispida, Diastopora simplex, Tubulipora serpens, Proboscina tubigera, etc.

» *Amorphozoaires.* — Parmi les Spongiaires, citons : Geodia Audouini, différents Sycon, Halichondria, etc. Les Foraminifères n'offrent que des espèces vulgaires de nos côtes et le Polytrema miniacea.

» Enfin nous mentionnerons les corps étoilés et stelliformes que nous avons déjà trouvés dans nos premiers draguages, et que nous appellerons *Arenistella agglutinans.*

» 3° 120 brasses. Les animaux recueillis à cette profondeur sont plus rares; ils vivent dans la vase et le sable provenant de la décomposition des

(1) Ce grès, ainsi que les sédiments du fond de la fosse, a été analysé par M. Périer, de Pauillac.

roches signalées dans les draguages précédents. Les Mollusques dominants sont : Nassa semistriata, Rissoa vitrea, Dischides bifissus, Lucina spinifera, L. flexuosa, L. borealis, Syndesmya alba, Saxicava plicata, Montacuta bidentata. Parmi les Bryozoaires signalons les Escharipora figularis et Cupularia Oweni; ce dernier n'était connu que sur les côtes d'Afrique; peu d'Annélides appartenant aux genres Pectinaria et Clymene; quelques Echinodermes des genres Amphiura, Brissopsis et Synapta; enfin plusieurs Foraminifères et quelques Ostracodes.

» 4° 220 brasses. Fonds vaseux, dans lesquels on a obtenu les Nassa semistriata, Bullæa scabra, Rissoa vitrea, Dentalium gracile, Pleurotoma brachystoma, Lucina flexuosa, Syndesmya alba, parmi les Mollusques, et un Sternaspis parmi les Annélides.

» *Résumé.* — Dans les deux campagnes de 1870 et 1871, la fosse du Cap-Breton a été explorée sur quarante-six points différents, de 24 à 250 brasses. Le peu d'étendue de cette fosse semble la désigner pour les recherches bathymétriques, car nulle part on ne trouverait une aussi grande variété de profondeurs dans un espace limité.

» Par l'analyse des résultats de ces draguages, on reconnaîtra qu'il existe au-dessous de la zone des Laminaires trois zones profondes bien distinctes.

» *a.* De 24 à 40 brasses. — Cette zone est désignée par les naturalistes anglais sous le nom de *zone des Corallines;* les Mollusques, les Crustacés, les Bryozoaires et les Hydrozoaires y sont très-abondants.

» *b.* De 40 à 100 brasses. — Zone profonde des Coraux pour les naturalistes anglais. Là se développent, dans la fosse du Cap-Breton, les Polypiers, les Gorgones et les Brachiopodes.

» *c.* De 100 à 250 brasses. — Nous appellerons cette zone *zone à Brissopsis*, parce que cet Échinoderme la caractérise avec quelques Mollusques : Dentalium gracile, Nassa semistriata, Lucina flexuosa.

» Ces trois divisions sont bien tranchées dans la fosse du Cap-Breton; en y ajoutant la zone littorale et la zone des Laminaires, on arrive à constater l'existence de cinq zones de profondeur. Au delà de 250 brasses commence la faune des Abysses, que nous n'avons pas atteinte, et qu'il faudrait aller chercher au large dans le golfe de Gascogne et bien en dehors de la fosse. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *Résumé de recherches anatomiques sur les Lombriciens terrestres (vers de terre).* Note de M. **Edmond Perrier**, présentée par M. de Quatrefages.

» Les collections du Muséum renferment un certain nombre de vers exotiques dont l'aspect est en tout celui de nos vers de terre et auxquels on est naturellement porté à donner le nom de *Lombrics*. Me trouvant dans l'obligation de revoir cette collection, prévenu d'ailleurs par des recherches précédemment communiquées à l'Académie (Notes sur les *Perichæta* et l'*Eudrilus*) des différences considérables au point de vue anatomique que cachent, dans cette classe, les plus grandes ressemblances extérieures, j'ai demandé à M. le professeur Deshayes et obtenu l'autorisation de disséquer quelques-uns de ces animaux.

» J'ai d'abord été frappé de ce fait que les orifices génitaux mâles étaient très-loin d'être constamment placés en avant de la ceinture, comme le croyait Claparède et comme on l'admettait généralement. C'est, au contraire, une sorte d'exception qui ne se trouve parmi les animaux que j'ai pu examiner que chez nos Lombrics indigènes et chez de vrais Lombrics de New-York et d'Alexandrie, dont l'organisation est très-peu différente des premiers.

» Au contraire, chez tous les *Perichæta,* chez le ver des Antilles que j'ai nommé *Eudrilus*, et chez d'autres provenant de la Nouvelle-Calédonie et de la Nouvelle-Hollande, les orifices génitaux sont situés en arrière de la ceinture. De plus, tous ces vers possèdent un appareil copulateur plus ou moins développé et sont pourvus au moins d'une paire de prostates. On connaît encore trop peu de Lombriciens pour qu'il soit permis de donner à cette coïncidence la signification d'une loi générale; mais il est utile néanmoins de la signaler en appelant sur elle l'attention.

» D'autre part, un ver gigantesque du Brésil, qui ne mesure pas moins de $1^{m},20$ de long, a ses orifices génitaux mâles situés dans la ceinture même; un autre, dont la taille est voisine et qui provient de Cayenne, présente le même fait, si l'on considère comme appartenant réellement à la ceinture tous les anneaux dont les téguments deviennent glandulaires. La même chose s'observe encore chez un ver de Caracas de la taille de nos Lombrics. Ces deux derniers vers présentent ce caractère particulier qu'ils sont dépourvus de poches copulatrices; je n'ai pu leur trouver d'ovaires, bien que leurs testicules fussent très-développés, et je me demande s'ils sont bien réellement hermaphrodites.

» Ces faits réunis semblent indiquer que, d'après la position des pores génitaux, on pourrait déjà établir trois familles dans l'ordre des Lombriciens terrestres, ordre qui sans doute demandera à être caractérisé tout autrement qu'on ne le fait aujourd'hui.

» Dans la première famille, celle où les pores génitaux mâles sont en avant de la ceinture, je ne vois encore avec certitude qu'un seul genre, le genre *Lumbricus*.

» La seconde famille, dans laquelle les pores génitaux sont en arrière de la ceinture, présente au contraire quelques modifications organiques remarquables. Elle comprend les *Perichæta*, chez certaines espèces desquelles M. Vaillant a le premier indiqué la position des pores génitaux qu'il considérait comme fort singulière, et que j'ai retrouvée dans l'espèce que j'ai étudiée et dans toutes celles du genre. La même relation se retrouve chez l'*Eudrilus*. Elle existe aussi chez un ver australien, pour lequel je formerai le genre *Digaster*, parce que son tube digestif se renfle aux 5$^{e}$ et 7$^{e}$ anneaux en deux gésiers musculeux, tandis que les autres Lombrics n'ont qu'un seul gésier. Ce ver possède deux paires de testicules ressemblant chacun à une glande en grappes, au lieu de former comme chez les autres Lombrics, une masse continue à demi-pulpeuse. Chacun de ces testicules a son pavillon vibratile qui vient se greffer sur un canal déférent très-grêle, lequel aboutit à une prostate ovalaire, sans lobes, simplement mamelonnée; un canal légèrement musculeux, beaucoup plus gros que le canal déférent, sert à l'écoulement du sperme et du produit sécrété par la prostate; ce canal est en même temps un pénis analogue à celui des *Perichæta*, mais encore un peu moins spécialisé. Les soies sont disposées comme chez les Lombrics. La ceinture occupe les anneaux 13, 14 et 15, les orifices génitaux sont au 17$^{e}$.

» J'appellerai *Acanthodrilus* un ver de la Nouvelle-Calédonie, chez qui les orifices mâles, également postclitelliens, sont au nombre de quatre, situés sur une sorte de plaque glandulaire étendue sur trois anneaux postérieurs à la ceinture. Ces orifices dépendent: les deux premiers du 18$^{e}$ anneau, les deux derniers du 20$^{e}$. Chacun d'eux livre passage à un véritable pénis chitineux, très-long, recourbé et toujours saillant. Ce pénis est formé de quatre soies dont l'extrémité libre est plus ou moins fortement recourbée en un crochet aigu, et toute hérissée de pointes. A chaque pénis correspondent un canal déférent particulier et une prostate fortement lobée. Il y a donc ici, outre quatre testicules situés dans les anneaux 10 et 11, et quatre poches copulatrices (anneaux 9 et 8), quatre prostates, quatre canaux déférents et quatre pénis, qui me paraissent être des modifications très-spéciales des

soies ventrales. Les soies ordinaires sont, du reste, disposées comme chez les Lombrics, courtes et légèrement en forme de S, comme d'habitude. A ce genre *Acanthodrilus* se rapporte encore un très-grand ver de même provenance.

» Je ferai remarquer ici que, malgré le mode particulier de disposition de leurs soies, je ne vois rien dans l'organisation des *Perichæta* qui ne les rapproche des nouveaux genres *Eudrilus, Digaster* et *Acanthodrilus*.

» J'arrive maintenant aux vers remarquables par leur taille et leur organisation, qui constituent provisoirement la troisième famille. Ces vers portent depuis longtemps dans la collection du Muséum le nom d'*Hypogeon;* mais Savigny a fondé ce dernier genre pour des vers possédant, outre les deux rangées de soies latérales, une rangée de soies dorsales dont les vers en question sont dépourvus; ajoutons que, dans la collection du Muséum qui possède pourtant beaucoup d'échantillons de Savigny, nous n'avons pas vu de vrais Hypogéons.

» Le ver de Cayenne, à qui nous donnerons le nom d'*Anteus*, possède deux rangées de paires de soies de chaque côté du corps; les soies, de forme ordinaire, conservent leur disposition géminée jusqu'à l'extrémité postérieure du corps. Immédiatement en avant de la soie la plus élevée, de chaque rangée supérieure, se voit un orifice qui n'est pas autre chose que l'orifice d'un organe segmentaire; ces orifices deviennent plus gros dans les anneaux de la ceinture et notamment dans le 10$^e$ et le 11$^e$ anneau qui contiennent chacun une paire de testicules. Dans ces anneaux ainsi que dans les deux précédents et les six suivants, les organes segmentaires sont un peu modifiés dans leur forme; ils me paraissent être les vrais canaux déférents.

» Mais le trait le plus remarquable de l'organisation de l'animal, c'est que, dans les anneaux 12 à 19, le vaisseau dorsal se renfle en huit grosses poches successives, d'où ne partent pas de branches latérales, et qui constituent *un cœur dorsal impair*, moniliforme. Quant aux cœurs latéraux contractiles qui se voient chez les autres Lombrics, ils existent ici, mais comparativement réduits. Les vaisseaux sont remplis par un sang coagulé de couleur bleu foncé.

» La ceinture paraît commencer au 8$^e$ anneau; elle se termine nettement avec le 30$^e$; en dessous deux grosses bandelettes vont du 10$^e$ au 30$^e$ anneau.

» Le dernier ver dont il nous reste à parler atteint, comme le précédent, une taille gigantesque. Les soies sont disposées de la même manière à la partie antérieure du corps; les soies de chaque paire paraissent même plus

rapprochées. Mais cette disposition passe graduellement à une autre toute différente; un peu en arrière de la ceinture, on voit, d'anneau en anneau, les soies de la même paire s'écarter de plus en plus l'une de l'autre; dans le tiers postérieur du corps, les soies sont isolées et forment par conséquent huit rangées longitudinales équidistantes. L'orifice des organes segmentaires se voit immédiatement en avant de la soie la plus élevée de la rangée *inférieure*, contrairement à ce qui a lieu dans l'*Anteus;* lorsque les deux soies de la paire se séparent, *cette relation ne change pas;* c'est donc en avant de chacune des soies qui forment la deuxième rangée en allant du ventre au dos qu'il faut chercher cet orifice.

» La ceinture occupe les anneaux de 15 à 23; c'est entre le 18e et le 19e que sont les orifices génitaux. Il n'y a qu'une seule paire de testicules.

» Il n'y a plus ici de cœur dorsal impair, mais bien cinq paires de cœurs latéraux, dont l'une présente un remarquable degré de perfection. Le vaisseau ventral donne, dans le 14e anneau, naissance à deux branches symétriques qui se renflent chacune en une grosse poche, musculeuse quoique transparente et à parois flasques; cette poche s'abouche, par sa partie supérieure, dans une autre poche en forme d'œuf, à parois musculeuses, excessivement épaisses, d'aspect nacré comme le gésier. Le petit bout de cet œuf musculeux est libre; mais un peu avant son extrémité on voit naître un gros vaisseau qui va s'aboucher dans le vaisseau dorsal. Voici donc un cœur parfait pourvu d'une oreillette et d'un ventricule, un véritable cœur de vertébré; c'est le cœur latéral des autres lombrics porté à son plus haut degré de perfection.

» Nous formons de ce ver le type du genre *Titanus*. Trois paires de cœurs analogues et un double vaisseau dorsal se voient chez un troisième ver formant le genre *Rhinodrilus*.

» Évidemment ces faits anatomiques appellent de nombreuses et intéressantes comparaisons; mais nous ne pouvons nous étendre dans cette simple Note sur les conclusions importantes auxquelles conduit la discussion qu'on peut en faire. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur les rapides changements de coloration provoqués expérimentalement chez les Crustacés.* Note de **M. G. Pouchet**, présentée par M. Coste.

« Nous avons montré, par des expériences dont l'Académie a été entretenue, que la propriété dont jouissent certains poissons de modifier la cou-

leur de leur peau selon la qualité des radiations lumineuses du fond où ils vivent avait pour point de départ l'œil, en sorte qu'elle cessait sur l'animal aveuglé; et que, de plus, cette influence était transmise de la rétine et du cerveau aux éléments pigmentés contractiles ou *chromoblastes* de la peau, par les nerfs crâniens et le grand sympathique.

» Dans une nouvelle série d'expériences entreprises aux viviers laboratoires installés par M. Coste à Concarneau, nous avons pu nous assurer que cette fonction se retrouve identique chez un certain nombre de crustacés de la famille des salicoques. La grande Crevette (*P. Serratus*), en particulier, présente un exemple frappant de cette accommodation chromatique au milieu ambiant. Il importe, pour observer le phénomène dans sa simplicité la plus grande, de prendre des animaux longs de 3 à 4 centimètres. Le procédé expérimental consiste à les faire vivre dans des vases de faïence blanche, et dans d'autres dont on a peint le fond en noir.

» Les palémons apportés à la côte par les pêcheurs présentent une teinte rosée ou lilas légèrement rabattue. Si l'on prend un certain nombre de ces palémons et qu'on les place sur fond noir tandis qu'on en met d'autres sur fond blanc, on découvre au bout de vingt-quatre heures que les uns et les autres sont absolument dissemblables. Nous nous sommes mis, dans ces expériences, à l'abri des causes d'erreur qui pouvaient naître d'un *contraste simultané*. Les palémons placés sur fond clair sont jaunâtres, presque incolores si la mue vient d'avoir lieu. Ceux qu'on a mis sur fond noir ont pris une teinte rouge brunâtre. Si l'on transporte alors les deux catégories d'animaux d'un fond sur l'autre, on voit ceux qui étaient jaunes prendre la teinte des seconds, tandis que ceux-ci reviennent à la transparence qu'avaient les premiers. L'animal passe toutefois beaucoup plus rapidement de l'état pâle à l'état foncé, qu'il ne retourne de ce dernier état au précédent : le changement dans ce cas n'est guère accompli qu'au bout de vingt-quatre heures, pendant lesquelles le palémon présente assez longtemps une couleur bleue très-nette, mais passagère, qui ne se montre point quand de pâle et jaunâtre il devient rouge brunâtre. On peut donc, en se plaçant dans des conditions déterminées, obtenir à volonté des palémons dont la couleur appartient nettement à la région jaune, ou rouge, ou bleue de l'échelle chromatique. L'animal passe directement du jaune, qui est la couleur propre de ses tissus, au rouge plus ou moins rabattu; le bleu est transitoire et ne se montre que quand l'animal revient du rouge au jaune. Il est très-facile de conserver dans la solution de sucre trois pattes ou trois fausses pattes du même palémon, coupées successivement dans les trois états par lesquels on

l'a fait passer et de faire ainsi la comparaison *simultanée* des nuances qu'il a successivement offertes.

» Le microscope explique cette triple apparence. Quand les chromoblastes sont contractés à l'état sphérique, ils sont trop petits pour faire une image perceptible sur la rétine, et sont de nul effet.

» Dès que l'animal est sur fond noir, les chromoblastes se dilatent; ils étendent de tous côtés des ramifications qui couvrent une grande surface : ils deviennent perceptibles et modifient l'image rétinienne. L'animal, sous cette influence, deviendrait d'un rouge ou d'un rose franc, si un autre pigment ne venait rabattre la vive teinte des chromoblastes. Mais, à mesure qu'ils étendent leurs ramifications sous l'hypoderme, on voit ce dernier tissu, à leur voisinage, prendre une belle nuance cobalt plus ou moins haute de ton. C'est ce bleu qui sert de *bruniture* au carmin des chromoblastes et donne au palémon sa couleur propre sur fond noir. Quand les chromoblastes dilatés se rétractent de nouveau, ce bleu, qui s'est produit dans l'hypoderme et qui l'imprègne, persiste pendant six à sept heures, puis il disparaît progressivement.

» Il est facile de démontrer que ces changements de couleur, chez le palémon comme chez les poissons où on les observe, dépendent des impressions visuelles. Il suffit de pratiquer sur le palémon l'ablation des yeux pour que l'animal prenne la teinte foncée qu'il a sur fond noir. Nous avons vu cet état persister sans changement jusqu'au trente-quatrième jour, moment où nous avons dû cesser l'expérience. L'un des animaux aveuglés subit la mue, et celle-ci mit à nu des bourgeons, signe d'une régénération des yeux.

» Le milieu réagissant par l'intermédiaire de l'organe de la vision, nous dûmes essayer d'entraver cette influence, comme chez le turbot, par des sections nerveuses; mais, de ce côté, nos tentatives sont restées sans résultat. Nous ne fûmes pas plus heureux en cherchant à modifier la fonction par diverses substances toxiques; la santonine donne toutefois au palémon, aussi bien qu'à la chevrette grise, la teinte que prennent ces animaux sur fond noir; ils présentent en même temps une agitation incessante et finissent par mourir si l'on n'arrête pas à temps l'empoisonnement.

» L'électricité paraît avoir moins d'influence pour contracter les chromoblastes des articulés que pour contracter ceux des vertébrés. Il semble que l'élément soit réfractaire à une tétanisation complète, de même qu'on obtient beaucoup plus difficilement la tétanisation totale d'un articulé que d'un vertébré. Nous avons réussi, au contraire, à provoquer à volonté la dilatation ou le retrait des chromoblastes rouges du jeune homard après la

première mue, en plaçant l'animal alternativement dans un milieu confiné de deux centimètres cubes d'eau recouverts d'une couche d'huile, et dans une eau abondante bien aérée.

» En résumé, l'étude de cette propriété d'accommodation chromatique au milieu ambiant nous a déjà conduit à plusieurs résultats positifs énoncés devant l'Académie, auxquels on peut dès à présent ajouter le suivant : Cette fonction existe chez les articulés aussi bien que chez les vertébrés; elle est soumise à la qualité des radiations qui frappent l'œil mosaïque des articulés, aussi bien que l'œil dioptrique des vertébrés. Et nous ajouterons, comme dernière remarque, qu'on ne trouve point de chromoblastes chez les crustacés privés d'yeux, tels que les brachielles, les lernéonèmes, les sacculines, les anatifs et les balanes.

GÉOLOGIE. — *Note sur un trait particulier de la constitution des Pyrénées;* *par* M. A. Leymerie.

CHAINON DES PETITES PYRÉNÉES.

« Charpentier et les auteurs qui ont écrit après lui sur les Pyrénées ont considéré cette chaîne de montagnes comme étant composée de deux parties presque égales et parallèles, séparées par un intervalle d'environ huit lieues, comme si la chaîne entière, supposée continue, avait été brisée vers le milieu de sa longueur, l'une des moitiés, la moitié orientale, ayant avancé de huit lieues relativement à l'autre restée en place.

» Ce déplacement se fait d'une manière brusque à l'est du plateau de Lannemezan et justement sur le méridien de la Garonne au nord du point où ce fleuve, en sortant des montagnes proprement dites, se coude à angle droit pour prendre la direction longitudinale de la Neste, c'est-à-dire à peu près dans le prolongement de la ligne où se séparent et se raccordent les deux moitiés de la chaîne elle-même.

» A partir de la ligne que nous venons d'indiquer, la bande extérieure qui nous occupe ne se manifeste d'abord que par sa composition géognostique au fond et sur les flancs de petites vallées du bassin sous-pyrénéen, par des affleurements restreints qui n'en sont pas moins indiqués sur la carte géologique de France (1); mais, à partir de Saint-Marcet et d'Auri-

(1) Les principaux de ces affleurements, ceux de Montléon et de Gensac, sont très-riches en fossiles sénoniens, que j'ai figurés et décrits dans un Mémoire spécial : *Mémoire sur un nouveau type pyrénéen parallèle à la craie proprement dite.* (*Mém. soc. géol.*, 2e série, t. IV; 1851.)

gnac, notre bande, cachée dans l'intervalle par le dépôt tertiaire de la plaine, commence à se relever sous la forme d'un chaînon qui se prolonge sans discontinuité parallèlement à la chaîne elle-même jusqu'aux Corbières, formant ainsi une sorte de bourrelet marginal allongé, subordonné aux hautes montagnes.

» La lisière avancée que nous signalons a beaucoup plus d'importance qu'on ne serait tenté de lui en attribuer, en considérant seulement sa position exceptionnelle. Le but de cette Note est de faire voir qu'elle joue un rôle intéressant dans l'orographie et la géologie des Pyrénées.

» D'abord elle forme dans la direction normale de la chaîne une ligne de collines séparée des hautes montagnes par une faille qui se manifeste sous la forme d'une dépression longitudinale, sorte de fossé qui a été depuis longtemps signalé par Flamichon, un des plus anciens auteurs qui ont écrit sur les Pyrénées (1). De plus, elle a une structure et une composition toutes spéciales. En effet, les terrains supérieurs de la chaîne (crétacé supérieur et nummulitique) s'y trouvent rassemblés, et c'est là qu'ils se montrent exclusivement : on en chercherait en vain des traces de l'autre côté de la faille où se présentent immédiatement le terrain crétacé inférieur et le terrain jurassique. Ces derniers terrains, par contre, ne paraissent jamais dans la chaîne extérieure, si ce n'est cependant en un point, à Foix, où ils ont été poussés un jour par un soulèvement assez énergique pour les voûter et rejeter en dehors les assises habituelles du terrain crétacé supérieur.

» La lisière de la demi-chaîne orientale des Pyrénées doit, à tous les points de vue, être considérée comme un chaînon spécial ayant une sorte d'individualité dans l'ensemble, qu'il m'a paru opportun de désigner par un nom particulier, celui de *petites Pyrénées*, qui exprime sa subordination relativement à la chaîne principale.

» A partir des points que nous avons indiqués ci-dessus, situés vers les confins des Hautes-Pyrénées et de la Haute-Garonne, cette ligne de petites montagnes s'allonge, comme nous l'avons dit, parallèlement à la grande chaîne jusque vers le méridien de Limoux, où elle rencontre le massif des

---

(1) Ce fossé n'est pas absolument continu; mais il est très-marqué dans la plus grande partie de sa direction. La Neste et la Garonne-Neste, jusqu'à Saint-Martory, coulent dans un de ses tronçons, et il est remarquablement accusé dans l'Ariége et l'Aude à partir de Lavelanet, région où le terrain crétacé supérieur, en partie couronné par l'assise à milliolites, vient buter avec une faible inclinaison contre une falaise presque verticale de calcaire à caprotines.

Corbières, qu'il nous paraîtrait assez naturel de rattacher aux petites Pyrénées, dont il formerait l'extrémité orientale, considérablement élargie par le soulèvement des schistes et des calcaires anciens de Monthoumet.

» Dans toute cette longueur jusqu'aux Corbières, la hauteur de cette petite chaîne se maintient au-dessous de celle des grandes montagnes qui se trouvent de l'autre côté de la faille, bien que certaines sommités des crêts ou crêtes atteignent des altitudes de 600 à 700 mètres; mais les mouvements et les dérangements de la stratification n'y sont pas moins très-accusés. Les couches y sont presque toujours relevées, quelquefois jusqu'à la verticale, et même renversées en certains points. Il y a aussi des failles et des courbures qui en rendent l'étude assez difficile.

» On peut y distinguer trois traits principaux qui consistent en deux soulèvements longitudinaux et anticlinaux en forme de boutonnière, séparés par une série monoclinale inclinée normalement au nord.

» Le premier soulèvement constitue les petites montagnes d'Ausseing, qui se développent principalement dans le département de la Haute-Garonne, sur la rive droite de ce fleuve, d'où elles passent dans l'Ariége. C'est une boutonnière allongée, au centre de laquelle la craie fait *hernie* par une voûte à deux degrés, et dont les lèvres consistent en des crêts avec épaulements nummulitiques. Ce système se termine un peu avant le Mas-d'Azil (Ariége), point très-remarquable par une disposition toute particulière; après quoi commence la série monoclinale qui traverse presque tout le département de l'Ariége au nord de Foix, où ses crêtes s'alignent avec une régularité qui est un trait remarquable de l'orographie de ces contrées, nettement accusé d'ailleurs sur la carte de l'État-Major (feuilles de Pamiers et de Foix). A cette série intermédiaire, si simple par ses formes, on voit succéder, près de la limite orientale du même département, la deuxième boutonnière anticlinale, dont les formes sont d'une régularité classique. Celle-ci s'ouvre à Lavelanet (Ariége), et finit à Puitvert (Aude), point au delà duquel va commencer l'épanouissement des Corbières.

» Nous avons annoncé que cette chaîne extérieure avait une composition toute spéciale, et qu'elle offrait exclusivement le groupe complet des terrains les plus récents des Pyrénées, c'est-à-dire le terrain crétacé supérieur et le terrain à nummulites. Nous croyons devoir indiquer la composition générale de ces deux terrains, qui reste la même pour tout le système, sauf des modifications de faciès.

» Le terrain crétacé supérieur offre ici trois étages distincts, savoir :

1° étage turonien de d'Orbigny, représenté par le calcaire à hippurites; 2° le *sénonien*, du même auteur, qui consiste en des couches argileuses des calcaires et des grès à lignites, où se trouvent les fossiles de la craie blanche et ceux de Maëstricht; 3° le nouveau type, que j'ai appelé *garumnien*. Celui-ci, constitué dans la Haute-Garonne par des couches marines et fluvio-marines, renfermant des sphérulites et autres fossiles crétacés, prend un faciès lacustre en passant dans l'Ariége et dans l'Aude, où il se distingue nettement par la couleur rutilante de ses principales assises.

» Le terrain à nummulites, qui est caractérisé par des fossiles particuliers et par des espèces du terrain tertiaire inférieur du bassin, offre quelques variations dans sa composition, qui est assez complexe dans la Haute-Garonne; mais il n'y a pas lieu de le diviser : il convient toutefois de considérer à part le conglomérat qui le surmonte (*poudingue de Palassou*), conglomérat dont les éléments sont presque toujours de nature calcaire, qui a participé à tous les mouvements du terrain à nummulites et que l'on doit considérer comme le dernier élément qui ait été déposé avant la grande catastrophe qui a donné à notre chaîne son relief actuel.

» Il est bon de remarquer que ces terrains, évidemment contemporains de ceux qui bordent les Pyrénées dans la demi-chaîne occidentale, sont composés d'une manière si différente que l'on serait porté à croire qu'ils ont été déposés dans des bassins plus ou moins distincts.

» Ainsi le terrain crétacé supérieur dont les assises sont très-caractérisées par une faune riche et variée dans la Haute-Garonne, et qui s'y trouve couronné par le type garumnien, est principalement représenté, dans les dépôts des Hautes et Basses-Pyrénées, par le système, assez plat orographiquement, des schistes et des grès à fucoïdes. Ce système, dans l'arrondissement de Bayonne, où il s'avance beaucoup au nord sans offrir un relief ni aucune autre circonstance remarquable, comprend, il est vrai, des assises contenant des mollusques et des échinodermes crétacés, mais ces fossiles appartiennent, pour la plupart, à des espèces différentes de celles qui dominent dans la craie des petites Pyrénées. Celle-ci, d'ailleurs, offre au-dessus de la craie de Maëstricht, nettement accusée par des espèces absentes dans l'autre demi-chaîne, le type garumnien, qui paraît être particulièrement affecté à notre chaînon oriental. Il y a aussi une assez grande différence en ce qui touche au terrain nummulitique, qui est notamment caractérisé dans les Hautes et Basses-Pyrénées par des espèces de nummulites différentes.

» Nous devons toutefois signaler, dans cette dernière, ce caractère qui lui est commun avec la nôtre, que les terrains supérieurs des Pyrénées y

existent exclusivement, et qu'ils s'y trouvent séparés de la haute chaîne par le fossé de Flamichon qui, dans le Béarn et le pays basque, est plus caractérisé que dans les Pyrénées centrales. Il existe aussi de ce côté une anomalie qui correspond à celle que j'ai signalée ci-dessus à Foix. Elle consiste dans le soulèvement restreint d'Orthès, où une poussée violente a fait paraître à la surface, en ce point seulement, le calcaire à caprotines qui, dans son état normal, se redresse au sud du fossé de Flamichon sous forme d'une falaise, au pied de laquelle les terrains supérieurs s'affaissent d'une manière remarquable. »

M. Laussedat, dans une Lettre adressée à M. le Président et relative à un sujet dont il l'avait précédemment entretenu, à un *projet d'appareil pour l'observation du passage de Vénus*, annonce que, loin d'abandonner ce projet, dont il avait dû, pour un temps et à son grand regret, cesser de s'occuper, il poursuit ses préparatifs et espère les avoir bientôt menés à bonne fin. Au moment où il fut contraint de les interrompre, il s'était déjà procuré une partie des instruments nécessaires et s'était mis en état de profiter de l'expérience acquise par les savants qui ont fait servir aux progrès de l'astronomie les procédés de la photographie. En ce moment, MM. Brunner disposent les différentes parties de l'appareil imaginé par M. Laussedat pour assurer le succès des opérations photographiques : il entre à ce sujet dans des détails où nous ne pouvons le suivre parce que ce que nous en dirions serait difficilement compris sans le secours de la figure qu'il a jugé lui-même nécessaire de joindre à sa Note.

Cette Note sera renvoyée à l'examen de la Commission chargée de s'occuper de tout ce qui concerne la future observation de passage.

M. Blanchon adresse de Philadelphie, en date du 15 octobre 1871, une Note qui est une sorte de jugement porté sur des publications déjà anciennes faites par deux membres d'Académie, M. *Claude Bernard* d'une part, et M. *Coste* de l'autre. Le premier, dans son « Rapport sur les progrès et la marche de la physiologie générale en France » (Paris 1867), avait été conduit à opposer les sciences d'observation aux sciences expérimentales ; M. Coste, dans un opuscule publié peu de temps après et intitulé « De l'observation et de l'expérience en physiologie », s'était attaché à faire ressortir les points sur lesquels il différait d'opinion avec son confrère.

Le débat n'ayant point été porté devant l'Académie, ce n'est pas à une personne qui lui est étrangère à l'en saisir ; la Lettre devrait donc, pour ce

seul motif, être considérée comme non avenue. La question débattue n'est d'ailleurs, pour M. Blanchon, qu'un point de départ d'où il s'élève à des considérations qui ne sont plus du domaine de l'Académie des Sciences.

M. Larroque adresse de Provins une Lettre relative à un précédent envoi (pièces manuscrites et imprimées concernant diverses questions de physique générale), envoi mentionné au *Compte rendu* de la séance du 11 décembre 1871. L'auteur annonce avoir soumis également ses idées à diverses Académies étrangères et avoir obtenu de plusieurs d'entre elles un accusé de réception; il s'étonne de n'en avoir pas eu de l'Académie, qui n'est pas en effet dans l'usage d'en envoyer, la mention au *Compte rendu* imprimé de la séance où la pièce a été présentée étant jugée suffisante.

La lettre de M. Larroque est renvoyée, ainsi que l'avaient été les pièces précédemment adressées par lui, à l'examen de M. Jamin, que l'auteur désigne lui-même comme un des savants dont il serait disposé à accepter le jugement.

M. Janneau adresse d'Amuré (Deux-Sèvres), un manuscrit intitulé : « Première Note sur l'Astronomie : insuffisance du système de Newton ».

(Renvoi à la section d'Astronomie qui jugera si cette Communication est de nature à devenir l'objet d'un Rapport.)

M. Albengue demande quelles sont les formes à suivre pour que l'Académie examine un travail qu'il se propose de lui présenter.

On fera savoir à l'auteur qu'il lui suffira de déposer au Secrétariat de l'Institut le Mémoire qu'il désire soumettre au jugement de l'Académie; ce travail sera mentionné au *Compte rendu* de la plus prochaine séance et renvoyé, suivant le cas, à l'examen d'un ou de plusieurs commissaires.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

## COMITÉ SECRET.

La Section de Mécanique présente la liste suivante de Candidats pour la place vacante dans son sein par suite du décès de M. *Piobert* :

| | |
|---|---|
| *En première ligne* . . . . . . | M. Tresca. |
| *En deuxième ligne, par ordre alphabétique*. . . . . . . . | M. Boussinesq.<br>M. Bresse.<br>M. Haton de la Goupillière.<br>M. Resal.<br>M. Rolland. |

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance; MM. les Membres en seront prévenus par lettres à domicile.

La séance est levée à 7 heures. É. D. B.

---

### BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 11 mars 1872, les ouvrages dont les titres suivent :

*Recueil de Mémoires de Médecine, de Chirurgie et de Pharmacie militaires*, publié par ordre du Ministre de la Guerre; 3e série, t. XXVII. Paris, 1871; in-8°.

*Contribution à l'histoire médico-chirurgicale du siége de Paris. L'ambulance militaire de la rue Violet*, n° 57 (*institution des sœurs garde-malades des pauvres*), *succursale de l'Hôtel des Invalides; par* le Dr Ch. Girard. Paris, 1872; in-8°. (Présenté par M. le Baron Larrey.)

*La répulsion universelle; par* Hombresoy. Paris, 1872; br. in-8°. (Deux exemplaires.)

*Traité sur les déviations des dents et de leur redressement; par* M. le Dr S. Goldenstein. Paris, 1871; br. in-8°.

*Commission météorologique de Lyon*, 1869; 26e année. Lyon, sans date; in-8°.

*Précis des herborisations faites par la Société d'Histoire naturelle de Toulouse pendant l'année* 1870; *par* M. E. TIMBAL-LAGRAVE. Toulouse, 1871; in-8°. (Extrait du *Bulletin de la Société d'Histoire naturelle de Toulouse*, t. IV.)

*Bibliothèque de l'École des Hautes-Études. Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques, rédigé par* MM. G. DARBOUX *et* J. HOUËL; t. II, mai à octobre 1871. Paris, 1871; 6 liv. in-8°.

*Eléments de Chimie organique et inorganique; par* M. F. WOEHLER; traduit de l'allemand sur la onzième édition, par M. L. GRANDEAU. Paris, sans date; in-8°.

*Thèses présentées à la Faculté des Sciences de Paris pour obtenir le grade de docteur ès sciences naturelles; par* G. MOQUIN-TANDON. Paris, 1870; in-4°. (Présenté par M. le Baron Cloquet.)

*Le Sahara. Observations de géologie et de géographie physique et biologique, avec des aperçus sur l'Atlas et le Soudan, et discussion de l'hypothèse de la mer saharienne à l'époque préhistorique; par* A. POMEL. Alger, 1872; in-8°.

*Materialien zur Mineralogie Russlands; von* Nikolai V. KOKSCHAROW. Sechster band, p. 1-208. Saint-Petersburg, 1872; in-8°, avec atlas in-4°.

*Sulle azioni chimiche e meccaniche dell' acqua come cagioni attuali modificatrici della valle del Velino nel* 2° *Abruzzo ulteriore; autore prof.* G. TENORE. Napoli, 1871; in-4°.

*Sopra la costruzione degli ingranaggi ad assi non concorrenti; Memoria dell' ing. prof.* D. TESSARI. Torino, 1871. (Estratto dagli *Annali del R. Museo industriale italiano*.)